МОИ ВОСПОМИНАНИЯ ОБ А. Д. АЛЕКСАНДРОВЕ И О ЛЕНИНГРАДСКОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ СЕМИНАРЕ

Ю. Г. Решетняк

28 ноября 2000 г.

О вкладе А. Д. Александрова в науку

Александр Данилович Александров был одним из крупнейших математиков современности. Ему принадлежат результаты первостепенной значимости в геометрии, теории уравнений в частных производных, в теории функций вещественной переменной, в математической кристаллографии. Александр Данилович был ярким и интересным человеком.

Подробный рассказ о его математических достижениях — тема для другой статьи. Несколько слов об этом, однако, необходимо сказать. В области геометрии следует отметить, прежде всего, исследования Александра Даниловича о смешанных объемах в теории выпуклых тел. В этих работах было дано существенное развитие результатов Минковского и других классиков этой науки.

Александру Даниловичу принадлежит решение проблемы Вейля о реализации выпуклой поверхности с заданной внутренней метрикой. Он предложил оригинальный подход к решению этой задаче. Сначала А. Д. рассмотрел аналог проблемы Вейля для многогранников. Предположим, что дан некоторый выпуклый многогранник в трехмерном пространстве. Разрезая его вдоль некоторых ребер мы получим некоторый набор плоских многоугольников, из которых можно получить исходный многогранник, склеивая многоугольники вдоль линий разреза. Полученный таким образом набор плоских многоугольников называется разверткой данного выпуклого многогранника. Примером может служить хорошо известная развертка куба в виде некоторого крестообразного многоугольника. А. Д. Александровым был поставлен следующий вопрос. Предположим, что задан некоторый набор плоских многоугольников и указано правило склеивания этих многоугольников по сторонам. Спрашивается при каких условиях это будет разверткой выпуклого многогранника? Иначе говоря, какие условия должны выполняться для того, чтобы склеивая многоугольники данного набора в пространстве в соответствии с заданным правилом (при этом разрешается гнуть многоугольники из данного набора, если иначе осуществить склеивание не удается) можно было получить из них замкнутый выпуклый многогранник? А. Д. Александров указал простые необходимые и достаточные условия, при которых это верно.

Пространства ограниченной кривизны, ограниченной сверху или снизу в смысле А. Д. Александрова, в последнее время приобрели известную популяр-

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

ность среди математиков, занимающихся изучением многомерных гармонических отображений.

В работах А. Д. Александрова по теории нерегулярных римановых пространств дано развитие геометрической концепции пространства, в чем и состоит непреходящее значение этих его работ. Данные исследования Александра Даниловича можно поставить в один ряд с работами таких выдающихся геометров как Н. И. Лобачевский, Б. Риман и Э. Картан.

Большой цикл работ был выполнен Александром Даниловичем по хроногеометрии — направлению, занимающемуся вопросами геометрических оснований теории относительности. В этом направлении работали также и некоторые из его учеников.

Александру Даниловичу принадлежат исследования в теории меры, теории уравнений в частных производных, в кристаллографии и этот список далеко не полон.

Как автор математических работ Александр Данилович был блестящим стилистом — качество, редко встречающееся среди математиков. Он, как правило, обращал внимание не только на то, какие результаты получены в той или иной работе, но также и на то, как написана эта работа.

А. Д. Александров как человек

Теперь я хотел бы сказать несколько слов об Александре Даниловиче как о человеке.

Он прожил большую и, в общем, как я считаю, счастливую жизнь. Все, чего он хотел, у него получилось. Он достиг больших высот в науке (естественно, я не имею в виду всякие должности и звания). Он был первоклассным спортсменом. В связи с этим уместно вспомнить один эпизод. В 1952 г. Александр Данилович был назначен ректором Ленинградского университета. Вскоре после его назначения состоялись лыжные соревнования среди студентов и сотрудников университета. А. Д. принял участие в этих соревнованиях и занял в них первое место (естественно, не потому, что он был ректором университета!).

А. Д. Александров был ярким полемистом и победить его в споре никому не удавалось. На протяжении 12 лет, с 1952-го по 1964 г. он стоял во главе одного из ведущих университетов страны и в этом качестве показал себя с самой лучшей стороны.

Известны выдающиеся заслуги Александра Даниловича в деле защиты научной биологии. Благодаря поддержке А. Д. Александрова, преподавание научной генетики в Ленинградском государственном университете было возобновлено в 50-е годы, тогда как в других университетах страны, в том числе в Московском госуниверситете, это произошло значительно позднее. В связи с этим он был в 1990-м году наряду с группой биологов награжден орденом последним правительством Советского Союза.

Уместно вспомнить один эпизод. Один из главных сподвижников Лысенко — Презент некоторое время заведовал кафедрой дарвинизма в Ленинградском университете. Презент был человек в моральном плане нечистоплотный и это дало основание предшественнику Александру Даниловича на ректорском посту Ильюшину отстранить Презента от преподавания в ЛГУ. Он даже был исключен из партии. С помощью Лысенко Презент добился того, что решение о его исключении из партии было отменено. После этого он стал добиваться, чтобы его восстановили в должности заведующего кафедрой дарвинизма. Но А. Д. проявил твердость и Презент не был восстановлен в ЛГУ, за что он удостоился окрика со стороны Н. С. Хрущева: «Как это так, ректор университета не выполняет приказ министерства? Да в военное время за это расстреливали на месте!» кричал Н. С. на партийно-хозяйственном активе в Ленинграде, на котором присутствовал А. Д. Это было, кажется, в 1955-м году. В это время я жил еще в Ленинграде и об этой истории слышал еще тогда. Но А. Д. проявил твердость и у Презента ничего не вышло. (Более детально вся эта история изложена в интервью Александрова, опубликованном в книге «Репрессированная наука».

Знакомство

Я познакомился с Александром Даниловичем в 1948-м году, когда начал участвовать в работе его геометрического семинара. Собственно говоря, этот семинар был своего рода «клубом», в котором центральной фигурой был, конечно, Александр Данилович. На этом геометрическом «клубе»-семинаре обсуждались самые разные проблемы. Помню, в конце сороковых — начале пятидесятых годов на семинаре много обсуждались философские проблемы. Это было связано с участием Александра Даниловича в дискуссиях, когда некоторые деятели науки, соединившись с невеждами, выдающими себя за философов-марксистов, добивались своих узко корыстных целей. Фактически же решался вопрос о защите науки в нашей стране против воинствующей и крайне агрессивной лженауки, выступающей под флагом идеологии. Следует, впрочем, сказать, что в целом ситуация была достаточно сложной и единой формулой ее вряд ли возможно описать.

Конечно, главная роль в дискуссиях и обсуждениях, проходящих на семинаре Александра Даниловича принадлежала математике и в первую очередь геометрии. Осенью 1948 г. на семинаре прорабатывалась только что вышедшая книга А. Д. Александрова «Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей». Постоянными членами семинара тогда, насколько я могу вспомнить, кроме А. Д., были Ю. Ф. Борисов, В. А. Залгаллер, И. Я. Бакельман, Ю. А. Волков, А. М. Заморзаев и я. Докладчиком первое время был Саша Заморзаев. Надо сказать, что искусством лектора Саша овладел значительно позднее, если он вообще им овладел, и рассказывал Заморзаев крайне непонятно. Дело спасали комментарии А. Д., который умел в простой и наглядной форме прояснить смысл весьма тонких и глубоких построений.

Ю. Ф. Борисов тогда был аспирантом и писал диссертацию по внутренней геометрии поверхностей с краем. Ю. Ф. тогда назывался Борисовым–Федоровым и носил рыжую бороду. Он был также активным помощником А. Д. в его сражениях на философском поприще. В моих глазах это ставило Ю. Ф. на недосягаемую высоту, ибо философия мне казалась чем то совершенно недоступным для моего понимания и тогда и позднее.

Семинар часто имел продолжение дома у Александра Даниловича. Помню, как А. Д. рассказывал о временах, проведенных в эвакуации во время Великой Отечественной войны. Он был тогда председателем профкома МИАН им.

В. А. Стеклова, который был эвакуирован в Казань. Директором института был тогда С. Л. Соболев. Как председатель профкома, Александр Данилович, по его словам, вступал с ним в постоянные баталии.

Как-то раз во время приезда в Ленинград Алексея Васильевича Погорелова, дома у А. Д. был разыгран небольшой спектакль-шарада, под режиссурой Виктора Абрамовича Залгаллера. Было загадано слово «Погорелов». Спектакль состоял из отдельных сценок, изображавших части этого слова. В конце было представлено целое и В. А. Залгаллер изобразил блестящую пародию на Алексея Васильевича. Из присутствующих только Алексей Васильевич Погорелов, естественно, сумел разгадать эту шараду.

А. Д. Александров был избран академиком 26 июня 1964-го года и в соответствии с этим в Новосибирск переехал в 1964-м г. Эта информация взята из академического справочника и потому абсолютно надежна. Переезд Александра Даниловича произошел в год снятия Н. С. Хрущева и А. Д. неоднократно говорил, что если бы он заранее об этом знал, то вопрос о его переезде в Новосибирск, возможно, решился бы иначе.

Я заканчивал 9-ый и 10-й классы средней школы последовательно, как делают все нормальные люди, а не одновременно. По условиям военного времени я фактически пропустил два года. Пропуск одного года связан с блокадой Ленинграда. В начале марта 1942-го года я вместе с матерью был эвакуирован на северный Кавказ в г. Армавир. Поезд шел до станции назначения ровно месяц, еще месяц мы прошли период медицинской реабилитации в г. Армавире, после чего поехали в станицу Елизаветинскую под Краснодаром, где жили родители отца. В результате наступления гитлеровцев в октябре 1942-го года станица Елизаветинская была оккупирована немецкой армией. После освобождения станицы школа работала по ускоренной программе — в течение года я вместе со своими сверстниками должен был пройти программу 6-го и 7-го классов. 8-й и 9-й классы я закончил там же в станице Елизаветинской. Летом 1946-го года наша семья вернулась в Ленинград и 10-й класс школы я закончил в Ленинграде.

Фамилию Александрова я впервые прочитал в задачнике Делоне и Житомирского, где упоминались некоторые результаты Александра Даниловича.

В 1947-м году, мой школьный учитель рассказал мне один очень странный эпизод, связанный с А. Д. Учитель объяснял мне, что хороший специалист должен иметь широко образованным. Но, тут же оговорился, что бывают исключения. Он приглашал на экзамен по тригонометрии (это было, повидимому, в 1946-м году) профессора Александрова из университета, а тот отказался потому что он он является чистым геометром и в тригонометрии совершенно ничего не понимает. Думаю, что в такой парадоксальной форме Александр Данилович выразил свое сомнение в правомерности трактовки тригонометрии как самостоятельной научной дисциплины.

Когда, сорок лет спустя я рассказал А. Д. эту историю, то он не мог ее вспомнить.

Недавно мне в руки попала книга «Дело академика Лузина», в которой рассказывается вся истории травли не просто выдающегося российского математика, а одного из лидеров математики в нашей стране. Так вот, лузинские злоключения начались с того, что он побывал в одной школе на экзамене по тригонометрии и по просьбе учителя написал заметку в газету «Известия»о своих впечатлениях. Эта заметка имело восторженный характер, что стало предметом яростной критики в адрес Лузина. После этого, как говорится, машина закрутилась. В конечном итоге все обошлось — Лузина не посадили и он сохранил свое положение в Академии наук, но вся эта история выбила его из колеи и серьезно помешала ему в осуществлении его научных планов.

На семинаре Александрова я появился осенью 1948-го года, когда вышла книга А. Д. «Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей». Меня затащил на семинар И. Я. Бакельман, который к вопросу о своем математическом будущем относился очень серьезно. Будучи человеком контактным, он завел разные знакомства. И кто то из профессоров (кажется, это был Д. К. Фаддеев) объяснил ему, что А. Д. Александров открыл новые миры в математике, и сейчас пребывает там в одиночестве. Именно там быстрее всего можно достичь успеха.

Мои первые результаты

С. М. Лозинский был оппонентом по моей кандидатской диссертации. На защите он подверг эту диссертацию резкой критике. Заключение его было таково, что диссертанту может быть присуждена ученая степень кандидата физ.-мат. наук, однако, отмеченные им недостатки существенно снижают ценность работы.

Недостатки заключались в неправильном определении кривой, которое было дано в диссертации. Формально С. М. Лозинский был прав.

В данном случае мне очень помог Ю. Ф. Борисов, который был вторым оппонентом. Ю. Ф. сделал то, чего не сделал диссертант — он дал подробный обзор содержания диссертации. Мой доклад просто повторял автореферат, который был выполнен в форме некоего «философского эссе». Понять из этого доклада, что же в действительности в диссертации сделано было невозможно. В общем, я считаю, что выбранная мною по неопытности форма доклада была неудачной и могла произвести на ученый совет, скорее всего, отрицательное впечатление. Об этом свидетельствует, например, крайне ругательное выступление А. А. Маркова по поводу моей диссертации.

Авторство определения кривой принадлежит Фреше. В моей диссертации была предпринята не совсем удачная попытка дать другое определение, эквивалентное определению Фреше. Фактически же использовалось определение, которое предложил Фреше.

Изотермические координаты

Из результатов по тематике А. Д. Александрова, которые были получены мною в течение ленинградского интервала моего существования, необходимо назвать теорему об изотермических координатах в двумерных многообразиях ограниченной кривизны.

В 50-е годы на семинаре А. Д. Александрова в Ленинграде активно обсуждались вопросы, связанные с построением теории двумерных многообразий ограниченной кривизны. Эскиз теории был опубликован А. Д. в Докладах

АН СССР, кажется, в 1949. Читая книгу Бляшке «Дифференциальная геометрия» я наткнулся на раздел, называемый «Изотермические координаты». Я задумался над тем, как мог бы выглядеть результат об изотермических координатах для двумерных многообразий ограниченной кривизны многообразий. После одного из заседаний геометрического семинара (это было весной 1953-го года) я сказал А. Д., что могу доказать, что у всякой точки двумерного многообразия ограниченной кривизны можно указать окрестность, в которой метрика многообразия может быть задана линейным элементом вида: $ds^2 = \lambda(x,y)(dx^2 + dy^2)$, где функция $\lambda(x,y)$ такова, что ее логарифм есть разность двух субгармонических функций. В тот момент А. Д. ничего мне не сказал, но через неделю, на следующем заседании семинара он спросил, доказал ли я утверждение, о которой говорил неделю назад. К тому времени я обнаружил пробелы в своих рассуждениях и был вынужден сознаться, что пока не могу его доказать. В ответ на это А. Д. что-то проворчал, из чего можно было заключить, что моей деятельностью в аспирантуре он недоволен.

Я направил свои усилия на то, чтобы доказать теорему об изотермических координатах и осенью 1953-го года требуемое доказательство у меня было готово и я начал его записывать и параллельно рассказывать на семинаре. К концу ноября эта работа была закончена.

Теорема об изотермических координатах, как мне кажется, была в какой то мере неожиданной для Александра Даниловича. Разумеется, применение методов математического анализа при изучении многообразий ограниченной кривизны им допускалось. Более того, в самом начале изложения теории многообразий ограниченной кривизны, используются весьма тонкие соображения, относящиеся к теории функций вещественной переменной. А. Д. не ожидал, однако, что произвольное многообразие ограниченной кривизны полностью может быть описано в терминах математического анализа. Такую возможность дают изотермические координаты.

Кстати, в книге «Двумерные многообразия ограниченной кривизны» Александрова и Залгаллера сказано, что изотермические координаты можно ввести только в области, абсолютная кривизна которой меньше 2π. Это неверно. Никаких ограничений на кривизну нет. Все определяется только топологическим строением области. В любой области двумерного многообразия ограниченной кривизны, гомеоморфной кругу на плоскости можно ввести изотермические координаты. Ответственность за ошибку в данном случае лежит, в частности, и на мне, ибо я был рецензентом книги и не заметил ошибки в изложении своих собственных результатов.

Если бы теорема об изотермических координатах была доказана каким нибудь американцем или шведом, то многообразия ограниченной кривизны тогда назывались бы многообразиями Смита (Карлсона, Добсона и т. п.) Возможно, некоторые авторы иногда упоминали бы и Александрова.

Работа над представлением многообразия ограниченной кривизны посредством изотермических координат была продолжена мною в Новосибирске, когда я написал, как основные понятия теории двумерных многообразий ограниченной кривизны выражаются аналитически. Все вместе — ленинградская и новосибирская части этой работы составили мою докторскую диссертацию, защищенную в 1960-м году.

В декабре 53-го года А. Д. напомнил мне :«Вам надо бы еще и кандидатскую диссертацию написать». Я на это ответил : «А может быть, то, что я докладывал на семинаре сойдет за кандидатскую диссертацию?». А. Д. ответил: «Это Вы приберегите для докторской диссертации». После этого я лихорадочно начал писать кандидатскую диссертацию. Я наметил некоторую цель и приступил к писанию сочинения, направленного к этой цели. Количество исписанной бумаги росло, однако желанная цель не приближалась. Когда было написано более 600 страниц текста, а решение задачи, которую я перед собой поставил все еще не просматривалось, я понял, что надо, как говорят моряки, изменить курс.

Окончательно диссертация составила чуть более 200 страниц текста. Писались эти страницы в пожарном темпе, и результат, конечно, не мог быть свободен, от, мягко выражаясь, «недостатков».

Отъезд в Новосибирск

История моего отъезда в Новосибирск такова.

Ошибок у С. Л. Соболева я не находил, но был такой случай. Случайно я обнаружил, что результаты одной статьи, опубликованной Сергеем Львовичем Соболевым в ДАН повторяют результаты некоего другого автора, опубликованные ранее. Я написал об этом в редакцию ДАН. Через некоторое время С. Л. Соболев напечатал в ДАН письмо, в котором благодарил меня за это указание.

Весной 57-го года выступая на на каком то собрании общегосударственного значения — то ли это был пленум ЦК, то ли заседание Верховного Совета, сейчас не помню, М. А. Лаврентьев сказал, что предполагается создать новый научный центр на востоке страны. Это выступление было горячо поддержано тогдашним руководителем страны Н. С. Хрущевым.

Прочитав обо всем этом в газетах я поделился своими впечатлениями с В. А. Залгаллером. Кажется, я сказал: «Интересно, предусматривается ли в этом будущем новом научном центре создание какого либо математического учреждения?»

Залгаллер оказался человеком осведомленным. Он сказал, что за математику в проекте, о котором объявил Лаврентьев, отвечает С. Л. Соболев и если меня это дело интересует, то я должен обращаться к нему. Новый научный центр, сообщил мне Виктор Абрамович, будет создаваться в Новосибирске, как в месте предпочтительном по разным причинам. В частности, климат в Новосибирске мягче, чем в других местах Сибири.

После этого разговора посмотрел в Большой Советской Энциклопедии статью «Новосибирск». То что было сказано там о средних температурах зимних месяцев не осень очень соответствовало моим представлениям о мягком климате. Но я вспомнил, сколько мне приходилось мерзнуть на автобусных остановках в Ленинграде и решил, что, пожалуй, стоит рискнуть.

В Пулковской обсерватории работала дочь С. Л. Соболева, Наташа, с которой моя жена Катя была в дружеских отношениях. Через Наташу мы связались с Соболевым и в один из приездов С. Л. в Ленинград (это было, кажется, в июле 1957-го года) я встретился с ним. После того как о моем решении ехать в Новосибирск стало известно в ЛОМИ, то меня стали уговаривать отказаться от моей идеи. Должен сказать, что многое, о чем меня предупреждали тогда, со временем подтвердилось, но в тот момент решение нами, то есть мною и моей супругой Катей, уже было принято и мы твердо решили ехать в Новосибирск. В ноябре этого же, то есть 1957-го года я получил ключи от квартиры в Новосибирске, а в начале декабря перевез свою семью в Новосибирск.

В Новосибирске в то время работал Абрам Ильич Фет, ученик Л. А. Люстерника, известный тополог, специалист в области вариационного исчисления в целом. А. И. Фет организовал небольшую группу молодых математиков, выпускников Томского университета, которые под его руководством занимались геометрией. В эту группу входили В. А. Топоногов, В. И. Дискант, В. Н. Лагунов, С. З. Шефель, И. А. Соколенко и, возможно, кто то еще. Они занимались задачами, относящимися к геометрии в целом в духе александровской тематики, так что в этой группе я сразу встретил единомышленников.

Другая большая работа, выполненная мною в ленинградский период моей жизни связана с теорией кривых по А. Д. Александрову.

В. А. Залгаллер

Несколько слов о В. А. Залгаллере.

Осенью 1946-го и весной 1947-го года В. А. Залгаллер был руководителем математического кружка при Ленинградском Дворце пионеров. Я сейчас не могу вспомнить имена всех участников этого кружка. Но я хорошо помню, что кроме меня там были еще Михаил Соломяк и Гаральд Натансон — это точно. Занятия математического кружка под руководством В. А.Залгаллера проходили живо и интересно и оставили в моей памяти самые лучшие впечатления.

К обязанностям старосты геометрического семинара А. Д. Александрова В. А. Залгаллер относился в высшей степени неформально. Расскажу только один момент, который производил на меня большое впечатление Не все докладчики, выступавшие на этом семинаре, обладали необходимыми лекторскими навыками. Нередко возникала ситуация, когда начиная с какого то момента аудитория переставала докладчика понимать. Но, находился один человек, который не терял нить рассказа до самого конца — это был В. А. Залгаллер. После окончания доклада за пять минут он объяснял аудитории, что именно рассказывал докладчик и каким образом он получил свой результат.

А. В. Погорелов

Одним из участников ленинградского геометрического семинара был также Алексей Васильевич Погорелов. Большую часть своей жизни он прожил в Харькове, где работал в университете, а затем еще и в Физико-техническом институте низких температур Академии наук СССР. В этом институте был математический отдел. Насколько мне известно, отдел этот не ставил своей целью привлечение математиков к решению каких либо конкретных физических или технических задач.

Несмотря на географическую удаленность А. В. Погорелов был одним из активнейших участников ленинградского геометрического семинара. Он часто приезжал в Ленинград и рассказывал о самых последних своих результатах.

Одним из главных результатов Алексея Васильевича является его знаменитая теорема об однозначной определенности выпуклых поверхностей. Результат этот по своей формулировке прост и естествен. Однако его доказательство потребовало применения глубоких и весьма нетривиальных рассуждений.

Сначала А. В. Погореловым была доказана однозначная определенность выпуклых поверхностей ограниченной удельной кривизны. Этот результат составил содержание его докторской диссертации. Затем им была решена эта задача и в общем случае.

Исследования А. Д. о реализации выпуклой поверхности с заданной метрикой ставили целью решение проблемы Вейля. Последняя заключалась в следующем. На сфере (двумерной) задана произвольная *АНАЛИТИЧЕСКАЯ* риманова метрика положительной гауссовой кривизны. Требуется доказать, что эта метрика может быть реализована на некоторой *АНАЛИТИЧЕСКОЙ* выпуклой поверхности в трехмерном пространстве. Г.Вейль наметил некоторый путь к решению этой проблемы. Задача редуцировалась к задаче о диффференциальных уравнениях в частных производных эллиптического типа. Требовалось получить некоторые априорные оценки для решений этих уравнений. За прошедшее с тех пор время математики изобрели много различных способов получения таких оценок, так что на сегодняшний день эту проблему можно считать неоднократно решенной средствами математического анализа. В первоначальной постановке проблема Вейля была решена Гансом Леви.

Из построений А. Д. Александрова вытекало только, что риманова метрика положительной кривизны может быть реализована на некоторой выпуклой поверхности в пространстве, о степени гладкости которой заранее ничего неизвестно. Этот пробел был восполнен А. В. Погореловым, который полностью исследовал вопрос о том, как связаны регулярность выпуклой поверхности с регулярностью ее внутренней метрики. До этого не исключалась возможность, что аналитическая риманова метрика положительной кривизны, заданная на сфере, может быть реализована, по крайней мере, двумя различными способами — на аналитической поверхности и, кроме того, еще и на выпуклой поверхности, не являющейся аналитической. Результаты А. В. Погорелова об однозначной определенности выпуклых поверхностей и его же работы о регулярности выпуклой поверхности с регулярной внутренней метрикой такую возможность исключали.

Возможно приводить в данной статье полное перечисление научных заслуг Алексея Васильевича нет необходимости, но сказанное выше мне кажется стоит указать, поскольку тут речь идет об исследованиях, напрямую связанных с проблематикой, интересовавшей А. Д.

Ю. А. Волков

Несколько слов о Юрии Александровиче Волкове. Основной его научный результат — оценка устойчивости в теореме А. В. Погорелова об однозначной определенности общей выпуклой поверхности. Этот результат дает независимое доказательство и самой теоремы А. В. Погорелова. Ю. А. Волков был моим однокурсником. В студенческие годы Ю. А. Волков пользовался большим уважением со стороны студентов, с которыми он вместе учился, в отличие от меня, которого соученики любили меньше за «заносчивость».

И. Я. Бакельман

Активным участником семинара был также Илья Яковлевич Бакельмана. Бакельман окончил университет в 1951-м году. Среди причин, по которым он не был рекомендован в аспирантуру главной, повидимому, была та, что его отец репрессирован в 1937-м году. Я помню как Алексей Дадаев, член партбюро факультета, возмущался тем, что такой способный человек как Илья Бакельман вынужден страдать не по своей вине; В 1951-м году антисемитская истерия последних лет жизни Сталина еще только начала набирать силу, достигнув своего апогея в 1953-м году, когда было позорное «дело врачей».

Бакельману пришлось добывать деньги на жизнь буквально случайными заработками. В частности, одним из источников средств к существованию для него послужил Ленинградский Дворец пионеров, в котором он вел математический кружок. (Тот самый, который раньше вел В. А. Залгаллер.) Бакельман проявил тогда незаурядную жизненную стойкость. Хотя его и не приняли в аспирантуру кандидатскую диссертацию он защитил три года спустя после окончания университета. Пять или шесть лет спустя после кандидатской диссертации И. Я. Бакельман защитил докторскую диссертацию. Докторскую диссертацию он защитил, повидимому, не в 1961-м году, а чуть раньше — в 1959-м или 1960-м году. Должен сказать, что Рохлин появился в Ленинграде, когда Бакельман уже был доктором наук. Возможно, Илья посещал семинары, организованные Рохлиным, но думаю, что влияние Рохлина на формирование Бакельмана как математика было не очень значительно.

В конце концов И. Я. Бакельман закрепился в Педагогическом Институте им. А. И. Герцена. Кафедра геометрии этого института в ее сегодняшнем виде была создана Ильей. До этого такой кафедры там, кажется, не было. Но, в конце концов, наступил момент, когда Бакельман был вынужден решиться на то, чтобы покинуть страну, в которой родился и вырос.

И. Я. Бакельману геометры весьма обязаны тем, что он провел несколько симпозиумов по геометрии в целом в Петрозаводске, используя свои связи с Петрозаводским пединститутом. Эти симпозиумы, безусловно, явились ярким событием в истории советской геометрии «в целом». Термин «симпозиум» для обозначения самого мероприятия исходил от меня. Первый симпозиум по геометрии «в целом» был проведен в марте 1966-го года в гор. Новосибирске. Бакельмановские симпозиумы, (сколько их было всего я не помню) происходили позднее. Встреча геометров «в целом» весной 1958-го года, кажется, не называлась симпозиумом. Как в научном, так и в техническом плане симпозиумы по геометрии «в целом» были организованы блестяще. Этому способствовало еще то обстоятельство, что бюрократические ограничения относительно продолжительности научных конференций и связанных с их проведением затрат появились позднее.

Ю. Ф. Борисов

Другим активным участником семинара был, Юрий Федорович Борисов; Когда я начал посещать семинар А. Д. Александрова Ю. Ф. Борисов был еще аспирантом. Он писал кандидатскую диссертацию под названием «Двумерные многообразия ограниченной кривизны с краем.» В то время у него была двойная фамилия — он был Борисов–Федоров. Потом Юрий Федорович решил свою фамилию сократить, отбросив ее вторую часть. Я отмечаю это обстоятельство потому, что многие из тех, кто когда то учился или работал с ним вместе помнят его именно как Борисова–Федорова. Еще замечу, что Ю. Ф. носил тогда бороду, которая была рыжей. Впоследствии он бороду сбрил и больше не отращивал.

В 50-е годы Александр Данилович уделял большое внимание вопросам философии. Юрий Федорович помогал в этом А. Д. своими советами, а иногда даже и выступал как его содокладчик на разных диспутах, посвященных проблемам философии. Для меня участие в философских спорах всегда было чем -то вроде техники высшего пилотажа, совершенно мне недоступной, и я в то время Юрий Федорович был для меня одним из богов на геометрическом Олимпе. (Будучи студентом университета, я две трети своего времени тратил на изучение общественных дисциплин. Делал я это по очень тривиальной причине — мне была нужна повышенная стипендия во чтобы то ни стало.) В Новосибирск Ю. Ф. приехал в 1964-м году вместе с А. Д.

А. М. Заморзаев

Нельзя не вспомнить здесь Александра Михайловича Заморзаева. Что именно написано у Заморзаева в паспорте я не знаю, я его паспорт никогда не смотрел. Мне казалось, что его полная фамилия Заморзаев - Орлянский. Как объяснил мне Ю. Ф. Борисов предки Саши Заморзаева принадлежали к актерской среде, где кроме фамилии полагалось иметь еще и звучный псевдоним. Группы, которыми занимался А. М. Заморзаев, по моему, назывались Шубниковскими группами, а не группами Белова.

Заслуги А. М. Заморзаева были отмечены в свое время — он был избран членом-корреспондентом Академии Наук Молдавской ССР (кажется в 1988 или в 1989гг.) при поддержке Александра Даниловича и моей.

Саша Заморзаев был человеком очень доброжелательным, в чем то, может быть, наивным и на семинаре Александрова он был, пожалуй, не самым сильным из участников. Но, все с кем он общался, относились к нему с уважением.

Он знал много студенческих песен (вроде песни «Русский великий писатель...» или «Отелло, мавр венецианский. ...» и т.п.) Привожу стихотворение, сочиненное Заморзаевым об А. Д.

Служил Данилыч на мат-мехе,
Вставал не рано поутру.
Читал Данилыч для потехи
студентам всякую муру.

По геометрии Данилыч
Аксиоматику читал.
Студенты слушали, томились,
Да он и сам «не понимал».

Данилыч несся на трамвае,
Звонок на лекцию звенел.

Его обычай этот зная,
Студент позавтракать успел.

Данилыч, чтоб проверить знанья,
В кино досрочников послал.
Узнавши фильма содержанье,
Он им поставил высший балл.

Прийдя к Данилычу, экзамен
Не сдал от ужаса студент —
Стоял Данилыч вверх ногами,
На голове как градиент.

Дифгеометрию сдавали
Студенты с грохотом ему.
Кто прыгал выше всех и дале —
Пятерку ставил он тому.

Спортсмен старейший факультета,
Весной он ехал на Кавказ.
Там проводил в горах все лето
И загорал как папуас.

Когда А. Д. прочитали эти стихи, то он не согласился только с последним куплетом «Это неверно, ко мне загар не пристает» сказал А. Д.

В связи с теми «подвигами» Александра Даниловича, которые описаны в стихотворении Заморзаева могу сказать еще следующее. А. Д., конечно, были свойственны определенные гусарские замашки. Это послужило основанием для разных легенд в отношении А. Д. Одна такая легенда приводится в книге известного российского писателя. Историю, которая описывается в этой книге, я слышал задолго до появления книги, но я воспринимал ее просто как анекдот об А. Д. (Рассказывается много разных историй о Василии Ивановиче, но есть ли среди них таких, в которой говорилось бы о событиях, имевших место на самом деле ?)

Саша был хорошим спортсменом, кажется он специализировался по бегу на длинные дистанции.

В период учебы в университете А. М. Заморзаев был комсомольским активистом. Он искренне верил во все, о чем говорила официальная пропаганда. Я переписывался с ним в последние годы. Переписка была, правда, не очень интенсивной — одно письмо раз в полгода, не чаще. Свою преданность коммунистическим идеалам Заморзаев сохранил до конца своих дней. Если бы не Сталин, то мы жили бы сейчас при коммунизме, считал Саша.

Справедливости ради должен сказать, что и я и все мои друзья в студенческие годы также верили тому, что тогда писали газеты и что произносилось с самых высоких трибун. (Единственным исключением был Револьт Пименов.) Я, конечно, не был твердым ленинцем, но только в том смысле, что марксистско-ленинское учение, по причине отсутствия способностей, я усвоил на твердую тройку с минусом и никак не выше.

Александр Данилович помог Заморзаеву преодолеть при работе над кандидатской диссертацией некоторый принципиально трудный момент, после чего работа была доведена до конца уже самим Заморзаевым. Но я не помню, чтобы в этом принимал какое то участие Д. К. Фаддеев.

Г. В. Епифанов

Одним из участников геометрического семинара Александрова был Георгий Владимирович Епифанов. Он был, как мне всегда казалось, аспирантом А. А. Маркова. Епифанов был одним из главных участников обсуждения философских проблем, которые велись на семинаре. О его жизни в период после моего отъезда в Новосибирск я ничего не знаю.

О книге «Математика, её содержание, методы и значение».

Стоит сказать, что для этой книги была придуман порядок подготовки, при котором завершение работы отодвигалось на как можно более далекий срок.

Повидимому, организаторы этой книги руководствовались известным анекдотом о том как Ходжа Насреддин обещал шаху научить ишака говорить. Но при этом он попросил, чтобы ему на это было дано двадцать лет. Объясняя свои действия, Ходжа Насреддин, как известно, ответил — за двадцать лет или шах умрет или сам Ходжа Насреддин уйдет в мир иной помрет или ишак сдохнет.

Сначала была подготовлена предварительная версия книги, которая была издана ограниченным тиражом и была разослана в различные научные организации для обсуждения. После того как эта часть работы была закончена, авторы снова начали работать над своими текстами, чтобы учесть всю критику. Окончательная версия книги появилась, кажется в 1954-м или 1956-м году, (то есть тогда, когда одна из альтернатив Ходжи Насреддина уже реализовалась — «шах» умер).

Причины, побудившие наших ведущих математиков заняться этим трудом, в момент выхода книги уже перестали действовать. Я не хочу сказать, что этот труд был бесполезен и ненужен. Несомненно он внес свою лепту в дело популяризации математики и выяснение ее философских основ.

Что касается повода для написания книги, то по моим воспоминаниям дело обстояло так. В ЦК поступило письмо, подписанное профессором Е. и доцентом Е., в котором утверждалось, что в математике многое обстоит крайне неблагополучно в идеологическом отношении, процветает формализм и всякое вредное абстрагирование, в общем математики впали в идеализм и т.д.

Когда нашим математическим начальникам предложили ответить на это письмо, то они сказали, что никаких конференций в связи с вопросами, затронутыми в письме устраивать не будут. Будет подготовлен коллективный труд, в котором ведущие советские математики выскажут свою точку зрения на данный предмет, будет проведено коллективное обсуждение этого труда, после чего будет опубликована его окончательная версия.

Мне говорили, кто были профессор Е. и доцент Е., но я не хочу раскрывать этот секрет здесь, поскольку эту информацию я получил не из первых рук, а при передаче информации нередко происходит ее искажение. Я не уверен, что информация не получена как результат некоторых «вычислений». К тому же профессор Е., которого считали одним из авторов этого письма в ЦК, был участником Великой Отечественной Войны, вернулся с фронта после тяжелого ранения. За его страдания за давностью времен простим ему его грехи...

О переводе ленинградского университета в Петергоф

С точки зрения отдаленной перспективы решение о переводе Университета в Петергоф, повидимому, было правильным. Об этом говорит весь мировой опыт. Но с точки зрения реалий того времени, когда решение принималось, оно, повидимому, было неудачным.

В качестве положительного примера в нашей стране можно привести опыт создания Сибирского Отделения Академии Наук, в частности, Новосибирского научного центра. Успех тут, не в последнюю очередь, был обусловлен тем, что председатель Сибирского отделения М. А. Лаврентьев имел прямые контакты с руководством страны и у него было достаточно сил и возможностей, чтобы решительно пресечь любые попытки прикарманить средства, выделенные Сибирскому отделению. Подобных возможностей у Александра Даниловича не было.

Семья Франк

Несколько слов о Герберте Франке и о его супруге Бригитте Франк. Дипломную работу Герберт Франк писал у меня. Он окончил Ленинградский университет. Я вел практические занятия по аналитической геометрии на первом курсе в группе, в которой он учился. Там были еще другие студенты из ГДР.

Одна деталь, которая мне почему то запомнилась. Когда на практических занятиях по аналитической геометрии очередная задача была решена и в конце надо было написать ответ, то каждый немецкий студент доставал линейку и аккуратно по линейке обводил ответ рамочкой. (Русский студент (из числа самых аккуратных), например, просто нарисовал бы рамочку от руки. Неаккуратный студент вообще ничего не стал бы выделять.) Также по линейке обводились рамочкой формулы, о которых преподаватель говорил, как об очень важных.

На заседании кафедры геометрии (это было, кажется в 1955 г.), на котором состоялась встреча со студентами я сформулировал целую кучу задач. Через некоторое время Герберт подошел ко мне и сказал, что он хотел бы заняться решением одной из моих задач. Я сказал тогда, что задача, которую он выбрал — плохая и лучше если он займется другой задачей. Конечной целью программы, которую я в связи с этим ему набросал, было получение формулы, полезной для теории изгибания выпуклых поверхностей в пространстве Лобачевского. Франк выполнил только часть моей программы. За дипломную работу он получил пятерку. Через год он и его жена Бригитта поступили учиться в аспирантуру к А. Д. Я в это время был уже в Новосибирске. Александр Данилович тогда занимался проблематикой, которую он называл хроногеометрией и в соответствии с этим предложил Г.Франку тему кандидатской диссертации. Кандидатская диссертация Франка была, однако, посвящена завершению его дипломной работы. Формула из теории изгибания, которая не получилась с самого начала, была выведена. Темой кандидатской диссертации Бригитты Франк послужила та задача, которой Герберт хотел заниматься с самого начала и про которую я сказал, что это плохая задача.

Задачу, поставленную Александровым Герберт в конце концов тоже решил, но это произошло уже после окончания аспирантуры.

«Узёл»

Однажды к Александру Даниловичу обратился человек по фамилии Гаврилко, специалист по начертательной геометрии, с просьбой заслушать на геометрическом семинаре сообщение о теории, которую Гаврилко изобрел. Такая возможность была ему предоставлена. Докладчик начал с рассуждений относительно общих положений диалектического материализма. Он ввел новое философское понятие, которое назвал украинским словом «узёл»(с ударением на втором слоге).

Из соображений философского характера вытекало, что существует исчисление, как сказал докладчик «промежуточное между векторным и скалярным». Такое исчисление он начал рассказывать. Доклад продолжался не очень долго. Сначала были описаны объекты, с которыми имеет дело его исчисление, а затем было определено понятие равенства для них. Один из участников семинара — тощий молодой человек в очках, выскочил к доске и нарисовал простую картинку из которой следовало, что любые два объекта в исчислении Гаврилко равны между собой и, стало быть, исчисление не более интересно чем геометрия нульмерных векторных пространств и т.п. На этом доклад закончился.

Но активность Гаврилко на этом не прекратилась. Несколько лет спустя мне пришлось отвечать на письмо, написанное этим «товарищем» в ЦК с разоблачением взглядов А. Д. Александрова о геометрии, высказанных в его обзорной статье в УМН. Взгляды Александрова на этот предмет Гаврилко квалифицировал как антимарксистские и крайне вредные. В ЦК это письмо, насколько мне известно, никто всерьез не воспринимал, но кто то должен был ответить Гаврилко. Ответ пришлось писать мне. Должен сказать, что в этом мне очень помог Г. Епифанов.

В связи с этим не могу не вспомнить, что много лет спустя уже в Институте Математики СО АН появился человек, по фамилии Гаврилко, который вел себя крайне агрессивно. Он был активным членом общества «Память» и писал письма в высшие инстанции, в которых обвинял в неправильном отношении к проблемам экологии некоторых членов академии и сам председатель Сибирского отделения академик Коптюг вынужден был Гаврилке отвечать. Через некоторое время наш «сибирский» Гаврилко куда то исчез.

Н. В. Ефимов

В числе друзей А. Д. следует назвать московского геометра Николая Владимировича Ефимова. Научное направление, которое он возглавлял было близко к геометрической школе Александрова.

Н.В.Ефимову принадлежал ряд выдающихся геометрических результатов. Он занимался, в частности, исследованиями по теории бесконечно малых изгибаний. В этой области он обнаружил ряд интересных новых эффектов. Основное его достижение — теорема о невозможности построить в трехмерном пространстве гомеоморфную плоскости поверхность, полную в смысле ее внутренней метрики и такой, что во всех ее точках гауссова кривизна отрицательна и не превосходит -1.

Николай Владимирович имел тесные деловые контакты с ленинградской геометрической школой. Он часто выступал оппонентом на защитах учеников Александра Даниловича. В свое время он помог И. Я. Бакельману опубликовать его диссертацию в УМН. Н. В. был оппонентом на защите моей докторской диссертации в июне 1960-го года (другие два оппонента — А. В. Погорелов и И. Н. Векуа). Николай Владимирович был выдающийся математик и честный и порядочный человек.

В Сибире

Несколько слов о сибирском периоде жизни Александра Даниловича. Сначала его встретили здесь, что называется, с «распростертыми объятиями». Но затем отношения между А. Д. и руководством Сибирского Отделения Академии наук постепенно начали охлаждаться. Александр Данилович любил выступать с лекциями на общие темы. Его выступления имели выходили за рамки того, что тогда считалось допустимым и это раздражало партийное руководство. Я помню, как однажды, выступая, кажется, перед слушателями военного училища, он вспомнил классическую формулу: «Партия — ум, честь и совесть нашей эпохи» и показал, что на сегодняшний день (это было более тридцати лет назад) по каждому из этих трех показателей дело обстоит весьма неблагополучно.

Был один анекдотический эпизод. В популярной лекции о теории относительности, разъясняя, что в инерциальных системах координат все физические процессы протекают одинаково, Александр Данилович сказал, что когда человек в самолете ест курицу, то он делает это точно также, как и сидя у себя дома. Этот совершенно невинный пример вызвал отрицательную реакцию у кого-то из слушателей, в результате чего последовал донос в райком КПСС и Александру Даниловичу даже пришлось давать какие-то объяснения. Как мне рассказали недавно этот же пример Александр Данилович рассказывал также в Ленинграде после своего возвращения из Новосибирска и реакция была такая же — опять последовал донос. Но время было другое и объясняться А. Д. не пришлось.

Окончательно А. Д. был зачислен власть предержащими в «диссиденты» после 1968 года (на самом деле Александр Данилович диссидентом не был), когда многие из ученых подписались под письмами, крайне неприятными для партийного руководства, и возникло новое политическое понятие: «подписант». Среди таких «подписантов» были и близкие А. Д. люди и он предпринял огромные усилия, чтобы удар «карающей десницы» редуцировать к легкому шлепку.

Александр Данилович всю жизнь был глубоко убежденным коммунистом. Его конфликт с власть предержащими были следствием того, что для него была абсолютно неприемлема практика, которую известный литературный персонаж выразил словами:

Я князъ Григорию и вам
Фельдфебеля в Вольтеры дам.
Он в две шеренги Вас построит,
А пикните — так мигом успокоит.

Александр Данилович не был тем человеком, который мог бы стоять на вытяжку перед «фельдфебелями» любого ранга из нашего недавнего прошлого.

Первоначально Александр Данилович не планировал задерживаться надолго в Новосибирске. Однако, жизнь распорядилась иначе. И. М. Виноградов, которому формально подчинялось ЛОМИ, решительно воспротивился приему А. Д. на работу В ЛОМИ. В результате получилось так, что семья Александра Даниловича вернулась в Ленинград, а он остался в Новосибирске.

Сначала, по приезде в Новосибирск А. Д., отказывался от всяких должностей и административных обязанностей, говоря, что он этим наелся досыта на посту ректора Ленинградского университета. Но со временем его отношение к этому изменилось. Он был заведующим лаборатории геометрии и хронологии Института математики Сибирского отделения Академии наук и заведующим кафедрой геометрии Новосибирского университета. Сейчас я не помню дат, начиная с которых Александр Данилович занимал эти «высокие» посты.

Предметом научных занятий А. Д. в сибирский период его жизни стало то направление, которое началось с известной работы Александрова и Овчинниковой. В указанной работе были указаны минимальные геометрические предположения, гарантирующие лоренцевость известных в физике преобразований. Он занимался также продолжением своих работ по теории метрических пространств ограниченной кривизны. Он сумел заинтересовать своей проблематикой несколько толковых студентов Новосибирского университета.

Результатом исследований А. Д. Александрова и его учеников в Новосибирске следует назвать решение проблемы аксиоматического определения понятия риманова пространства, полученное его учеником В. Н. Берестовским и моим учеником И. Г. Николаевым.

Берестовский рассматривал локально компактные метрические пространства с внутренней метрикой, у которых кривизна в смысле Александрова лежит между некоторыми данными числами K_1 и K_2, где $K_1 \leq K_2$. При этом предполагалось, что пространство удовлетворяет простому дополнительному условию — всякую кратчайшую, соединяющую произвольные две точки можно продолжить за каждый из ее концов так, что продолжение будет оставаться кратчайшей. Берестовский доказал, что такое пространство является конечномерным римановым пространством В качестве локальных координат при этом берутся расстояния от некоторых фиксированных точек. И. Г. Николаев показал, что условия гладкости получаемой римановой метрики при этом могут быть существенно усилены, а именно, можно ввести такую систему координат, в которой может быть воспроизведен в некоторой обобщенной форме весь классический формализм римановой геометрии.

В 60-е годы в доме Александра Даниловича я слушал стихи поэта Андрея Вознесенского в исполнении автора. Это было тогда, когда начиналась очередная компания по уничтожению А. Вознесенского. Моральная поддержка, которую наш выдающийся поэт получил от общественности новосибирского Академгородка, теплый прием, который он получил в доме Александровых, где Андрей Вознесенский жил несколько дней, были очень важны для него.

Работая в Сибирском Отделении Академии наук, Александр Данилович всегда старался помогать несправедливо преследуемым людям. Так например, он принял в свою лабораторию Игоря Андреевича Полетаева, — известного специалиста в области кибернетики, вместе с группой его сотрудников. Дело в том, что в короткий период времени несколько сотрудников И. А. Полетаева покинули Советский Союз. Партком Института математики принял решение о необходимости расформировать созданный И. А. Полетаевым научный коллектив. Сотрудники И. А. Полетаева должны были искать себе работу в других местах. Благодаря вмешательству А. Д., коллектив этот был сохранен и вошел в состав лаборатории, руководителем которой был А. Д. Александров.

Дело, конечно, не исчерпывается этими отдельными эпизодами. Своей широкой спиной Александр Данилович надежно прикрывал нас. Я уверен, что если бы не помощь и защита Александра Даниловича, то я и некоторые из моих коллег вряд ли смогли бы сохранить и даже упрочить свое положение в Институте математики.

В Сибири Александром Даниловичем Александров организовал сибирский филиал его научной (ленинградской) школы. Среди учеников А. Д., окончивших Новосибирский государственный университет, — три доктора наук и несколько кандидатов.

Как у каждого человека, у Александра Даниловича были, конечно, и трудные моменты, когда ему приходилось быть жертвой несправедливости и терпеть незаслуженные обиды. Ему приходилось совершать и ошибки, но он никогда не боялся признавать их, если убеждался в своей неправоте.

Я знаю, что многим не нравится верность идеалам своей молодости, которую Александр Данилович демонстрировал в последние годы. Хотя я и не разделяю всех его взглядов, позиция Александра Даниловича мне кажется заслуживающей уважения. Она не имеет ничего общего с позицией тех чиновников, которые при социализме исключали студентов за веру в бога, а сейчас заигрывают с религиозными деятелями, печатают их труды в Вестниках разных негосударственных академий, и по великим церковным праздникам посещают церкви. На самом же деле ясно, что эти люди никогда не верили ни в бога, ни в черта, ни в коммунизм.

С кончиной Александра Даниловича мы потеряли одного из выдающихся людей современности, гениального математика, создателя большой геометрической школы, человека, сделавшего очень много для защиты и процветания науки в нашей стране.

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН
проспект академика Коптюга 4
Новосибирск, 630090
E-mail address: ugresh @math.nsc.ru