

Ольга Александровна ЛАДЫЖЕНСКАЯ

Ольга Ладыженская родилась в городе Кологриве Костромской области в семье учителя математики. Интерес и способности к математике у младшей дочери Александра Ивановича проявились рано, и скоро они уже вместе изучали математический анализ. Арест отца был тяжелым ударом.

В 1939 г. она с отличием окончила среднюю школу и поехала учиться в Ленинград. Двери университета оказались закрытыми для дочери репрессированного, ее приняли в Ленинградский педагогический институт им. Покровского.

С началом войны пришлось вернуться в Кологрив, где некоторое время О.А. преподает математику в средней школе. В 1943 г. она снова студентка, на этот раз Московского университета. После его окончания в 1947 г. она в связи с семейными обстоятельствами переезжает в Ленинград и поступает в аспирантуру при Ленинградском университете.

С осени 1949 г., после окончания аспирантуры и защиты кандидатской диссертации, О.А. работает в Ленинградском государственном университете. С 1954 г. она также сотрудник Математического института им. В. А. Стеклова. В 1962 г. она возглавила в институте лабораторию математической физики, а в университете осталась как совместитель.

Исследования О.А. относятся к теории уравнений с частными производными или, как их часто называют, уравнений математической физики. Интерес к этой области математики возник у О.А. еще в Москве под влиянием И. Г. Петровского и вышедшей в переводе книги Д. Гильберта и Р. Куранта. В Ленинграде это направление традиционно развивалось в работах А. М. Ляпунова, В. А. Стеклова, Н. М. Гюнтера, В. И. Смирнова, С. Л. Соболева. К началу 50-х годов в связи с бурными успехами физики эта область

стала особенно привлекательной: остро ощущалась необходимость создания новых математических методов теоретического и численного исследования физических явлений. Работы О.А. во многом определили развитие и современное состояние этой области математики.

Уже первые результаты О.А. конца 40-х — начала 50-х годов были прорывом в теории уравнений с частными производными. Именно благодаря этим работам понятие обобщенных решений задачи прочно вошло в обиход математической физики. Систематическое рассмотрение целой шкалы обобщенных решений из различных функциональных пространств, виртуозная аналитическая техника получения оценок интегральных норм решений наряду с применением общих соображений функционального анализа — все это привело О.А. к успеху при исследовании разрешимости краевых и начально-краевых задач для линейных уравнений с частными производными основных классических типов. Ею было выяснено, в какой мере улучшение гладкости данных задачи влечет увеличение гладкости обобщенных решений.

На основе созданной ею концепции обобщенных решений было проведено всестороннее исследование наиболее важных приближенных методов решения начально-краевых задач — метода Фурье, метода Лапласа и, что особенно важно с точки зрения вычислений, — метода конечных разностей.

Роль О.А. в развитии последнего особенно велика. До ее работ строгие результаты по решению краевых задач методом конечных разностей имелись лишь для простейших уравнений — уравнения Лапласа и одномерного уравнения теплопроводности. Работы О.А. заложили основу современной теории разностных методов. Ею были предложены общие методы анализа устойчивости разностных схем, построены явные и неявные схемы для линейных и квазилинейных гиперболических систем и исследована их сходимость, проведен анализ различных интерполяций и доказаны теоремы вложения для сеточных функций.

В ее первой книге, опубликованной в 1953 г., метод разностей был использован и для получения чисто теоретических результатов — доказательства разрешимости начально-краевой задачи для гиперболического уравнения второго порядка общего вида.

Выдающихся успехов достигла О.А. и в исследовании нелинейных задач математической физики. Ее книга по математической теории гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости, опубликованная в 1961 г., содержит изложение оригинальных результатов автора. Она является классическим трудом в этой области и переведена на многие языки.

Для плоских и осесимметрических течений О.А. впервые удалось доказать глобальную однозначную разрешимость начально-краевой задачи для нестационарной системы Навье — Стокса при любых значениях так называемого числа Рейнольдса — параметра, характеризующего состояние жидкости. В трехмерном случае аналогичные результаты получены ею в предположении малости числа Рейнольдса в начальный момент времени. В общем случае однозначная разрешимость задачи обтекания доказана на некотором конечном промежутке времени.

Поставленный в книге вопрос о единственности слабого решения Хопфа (существующего на бесконечном промежутке времени) до сих пор остается открытым. Тем самым остается неясным, насколько адекватно уравнения Навье — Стокса описывают реальные течения жидкости. Французская академия наук недавно объявила о премии в миллион долларов тому, кто сможет дать решение этой проблемы.

В 1966 г. О.А. предложила некоторые модификации уравнений Навье — Стокса и для них доказала глобальное существование и единственность решений. Проблема гладкости этих решений посвящены работы многих математиков самого последнего времени. Интересные результаты в этом направлении получены недавно О.А. вместе с Г.А. Серегиним.

Другой цикл работ по нелинейным уравнениям выполнен О.А. совместно с автором этой заметки (являющейся ученицей О.А.). Результаты этих работ составили основное содержание двух монографий по теории квазилинейных уравнений эллиптического и параболического типов (последняя написана совместно с В.А. Солонниковым). Для равномерно эллиптических и параболических уравнений второго порядка построена достаточно полная теория, позволяющая при естественных ограничениях исследовать для них глобальную разрешимость классических краевых задач и проследить зависимость гладкости обобщенных решений от гладкости данных. В частности, это сделано для обобщенных решений многомерных регулярных вариационных задач, что в определенном смысле дало окончательное решение 19-й и 20-й проблем Гильберта (для уравнений второго порядка). Методы, разработанные в указанных монографиях, оказались эффективными и при изучении более широких классов уравнений.

Среди разнообразных работ нелинейной тематики, выполненных О.А. в 70-е — 80-е годы, следует выделить работы по теории устойчивости задач гидродинамики и других задач с диссипацией, для которых ей удалось доказать существование конечномерных аттракторов, притягивающих равномерно любое ограниченное множество фазового пространства. Основой этих, а также других математических результатов по теории аттракторов, является работа О.А. 1972 г. по двумерным уравнениям Навье — Стокса.

В этой краткой публикации нет возможности упомянуть о многих других работах О.А. Всего ею опубликовано более 250 работ, среди них 7 монографий и учебник "Краевые задачи математической физики". Она является главным редактором многих томов серии "Записки научных семинаров ПОМИ" (английские переводы публикуются в "Journal of Mathematical Sciences").

Совместно с Владимиром Ивановичем Смирновым она организовала городской семинар по математической физике, которому уже более полвека и куда для выступлений О.А. привлекала и продолжает привлекать математиков самых разных направлений. Почти все ленинградские-петербургские специалисты по уравнениям с частными производными и их приложениям — а среди них немало известных ученых — были, в разное время, участниками этого семинара. Из них многие — непосредственные ученики О.А.

В заключение поделюсь следующей информацией. В музее науки Бостона (США) имеется зал, посвященный математике. На большой мраморной доске там записаны имена математиков, наиболее повлиявших, по мнению организаторов экспозиции, на развитие математики в 20-м столетии. Там есть около десяти российских имен и среди них — Ольга Ладыженская.

Н. Н. Уральцева

зав. кафедрой математической физики
математико-механического факультета
Санкт-Петербургского государственного университета

Данная статья опубликована во втором томе “Международной математической серии” НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ. II В честь академика О.А.Ладыженской, 2002.