

Памяти Андрея Александровича Суслина

И.А.Панин

24 сентября 2019 г.

Андрей Александрович СУСЛИН (1950–2018)

Андрей Александрович Суслин родился 27 декабря 1950 года в Ленинграде в семье инженеров. Его математические способности проявились очень рано. Уже учась в 6 классе, Андрей стал победителем городской олимпиады за 6, 8 и 10 (последний) класс.

В 1967 году завоевал золотую медаль на Международной математической олимпиаде. В 1972-м окончил математико-механический факультет Ленинградского государственного университета (ЛГУ).

В 1974 году защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук (научный руководитель — М. И. Башмаков), а уже в 1977 году стал доктором физико-математических наук, доказав гипотезу Ж.-П.Серра о проективных модулях над кольцами многочленов.

В 1969–1975 годах А.А.Суслин преподавал в специализированной школе-интернате № 45 при ЛГУ, в 1973–1977 годах работал в ЛГУ, с 1977 до конца жизни работал в Ленинградском отделении математического института им. В. А. Стеклова АН СССР. С 1994 года также был профессором Северо-Западного университета (англ. Northwestern University, USA).

А.А.Суслин трижды был приглашённым докладчиком на международных математических конгрессах в 1978, 1986 и 1994 годах (в том числе пленарным докладчиком в 1986 г.).

В 1980 г. А.А.Суслин был удостоен премии Ленинского комсомола за "решение гипотезы Серра"; в 2000 г. А.А. Суслин был награжден премией Коула по алгебре за работы по мотивным когомологиям, в частности, за его совместную работу с В. Воеводским "Bloch-Kato conjecture and motivic cohomology with finite coefficients", в которой разработаны *основания теории мотивных когомологий*.

Только в алгебраической K-теории полей и алгебраических многообразий А.А.Суслиным доказаны следующие именные гипотезы:

- гипотеза Серра о проективных модулях над кольцами многочленов (1976);
- гипотеза Квиллена-Лихтенбаума о К-теории алгебраически замкнутых полей (1983);
- стабильная версия гипотезы Милнора о когомологиях с конечными коэффициентами общей линейной группы (1984);
- гипотеза Блоха-Като для $n = 2$ (так называемая теорема Меркурьева–Суслина (1982));
- положительное решение (совместно с М.Водзижским) гипотезы Каруби о вырезании в К-теории C^* -алгебр (1990,92);
- для каждого гладкого алгебраического многообразия X введен комплекс свободных абелевых групп, называемый теперь комплексом Суслина;
- конструкция этого комплекса *легла в основу* теории мотивов, построенной В.Воеводским.
- в случае комплексного алгебраического многообразия указанный комплекс, приведенный по модулю n , вычисляет сингулярные гомологии данного многообразия с коэффициентами $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.
- доказательство одной из гипотез А.Бейлинсона, а именно, построение совместно с Э.Фридландером спектралки, начинающейся с мотивных когомологий, и сходящейся к К-группам Квиллена;

Кроме этого, А.А.Суслину принадлежит целый ряд других замечательных результатов, в частности,

- теорема Б. Б. Венкова и Д. Квиллена (the detection theorem for finite groups) распространена на все конечные групповые схемы над полем;
- теорема Б.Б.Венкова о конечной порожденности алгебры когомологий конечной группы распространена (с Э.Фридландером) на случай конечных групповых схем над полем;
- доказано (с Е. Фридландером), что для конечной групповой схемы над полем ее когомологии с коэффициентами в конечномерном рациональном модуле – это конечно-порожденный модуль над кольцом когомологий данной групповой схемы.

Стоит отметить, что теорема Меркурьева–Суслина долгое время неформально считалась лучшим результатом в алгебраической К-теории. А доказательству Суслиным гипотезы Квиллена–Лихтенбаума французы аплодировали стоя, нарушив все неписанные традиции.

А.А.Суслин практически все время выбирал для атаки знаковые проблемы. По-видимому, это очень соответствовало его характеру. Однако, встретив его на улице или в кафе, трудно было постороннему человеку понять, что перед ним выдающийся математик.

Трудно переоценить огромный вклад А.А.Суслина в развитие современной алгебры. А.А.Суслин создал в Санкт-Петербурге *общепризнанную в мире* школу алгебраической К-теории и мотивных когомологий.

Немного моих личных воспоминаний (очень малая часть).

Суслин был моим научным руководителем начиная с моего 3-го курса. И затем моим научным руководителем в аспирантуре (1981–1984) в Ленинградском отделении Математического института им.Стеклова (ЛОМИ) в то время в Ленинграде (теперь Санкт-Петербурге). Но важнее всего для меня было то, что он являлся моим наставником в математике всю мою жизнь. В этих воспоминаниях я хочу просто вспомнить несколько эпизодов, ярко характеризующих Суслина как математика и как человека.

В 90-х годах я часто приходил к Суслину (ЛОМИ, комната 306) и спрашивал его, чем он сейчас занимается (над чем работает). Суслин брал чашку чая и формулировал, что его интересует. Затем он начинал прямо передо мной развивать свой подход к задаче на доске.

Если что-то шло не так, то он делал перерыв на сигарету или чашку чая и, подумав, предлагал новый взгляд. Каждый раз, прежде чем делать какие-либо вычисления, он формулировал ожидаемые промежуточные результаты(ы) или схему рассуждений. И только затем начинал проверять вычислениями, скажем, первый нетривиальный случай.

Если и это не получалось (а часто не получалось), то он снова делал перерыв, и так много раз. Такие беседы (я в основном внимательно слушал) продолжались час, два, три. Несколько раз они продолжались до 4-х или 5-и часов с указанными перерывами, в которых мы пили чай с булками. Благодаря такому общению я усвоил для себя метод, который в явном виде Суслин мне никогда не формулировал, но, уверен, систематически пользовался.

Позволю себе здесь его озвучить, так как мне кажется, что это самое важное (оставим технику в стороне), чему я у него научился. Сначала, используя весь свой предыдущий опыт, надо сформулировать, что хочется доказать. Затем надо крепко поверить в то, что формулировка в принципе верна. И только после этого начинать искать подходы. Как мы знаем, при решении содержательных задач возникают технические (или принципиальные) сложности такого порядка, что опускаются руки и мы просто теряем интерес к задаче.

Мы должны знать априори, что ожидаемый результат в принципе верен. Этот принцип я усвоил от Суслина. Возможно, это – важнейший метод, который я от него усвоил.

Чисто с человеческой точки зрения, именно благодаря Суслину я вошел в широкий круг замечательных математиков. Основной принцип человеческого общения, который я слышал от Суслина, был таков: я стараюсь никого не обижать, говорил он. И ему это очень хорошо удавалось.

Теперь я хочу рассказать об одном знаковом эпизоде, показывающим, почему Суслин систематически брался за решение конкретных выдающихся проблем. Как-то раз мы сидели у него на квартире в Эванстоне и пили вино. Ваня, спросил он меня, какой бы задачей заняться? Я недолго подумал и что-то предложил. Суслин после недолгого молчания сказал. "Нет, это – скучно, давайте докажем гипотезу Ходжа, или стандартную гипоте-

зу Гротендика". В этом был весь Суслин. Ему было неинтересно поднять большой камень или даже очень большой. Настоящим вызовом для него было СДВИНУТЬ СКАЛУ.

Для меня этот эпизод отлично объясняет, почему он все время брался за решение конкретных выдающихся проблем.

(1983 год) Приехав из IHES, Суслин очень радостно сказал. Ваня, я доказал гипотезу Квиллена–Лихтенбаума прямо в ночь, перед моим докладом в IHES. Сразу после доклада Габбер меня обобщил, а несколько дней спустя я использовал его обобщение, чтобы доказать, что

$$K_i^Q(\mathbb{C}; \mathbb{Z}/n) = K_i^{top}(pt; \mathbb{Z}/n) = \mathbb{Z}/n,$$

если i четно и 0 иначе. В качестве следствия получается стабильная гипотеза Милнора–Фридландера. А именно, $H^*(GL(\mathbb{C}); \mathbb{Z}/n)$ – это кольцо многочленов $\mathbb{Z}/n[c_1, c_2, c_3, \dots]$. Другими словами, когомологии с конечными коэффициентами классифицирующего пространства группы $GL(\mathbb{C})$, рассмотренной как дискретная группа, такие же, как когомологии классифицирующего пространства группы $GL(\mathbb{C})$, рассмотренной как группа Ли. После этого вступления, Суслин за пол-часа набросал мне доказательство его знаменитой теоремы жесткости.

В 1999 году в MPI в Бонне спросил меня и Сергея Ягунова: "чем вы сейчас занимаетесь?". Мы ответили, что желаем перенести его теорему жесткости для K-теории на кобордизмы Воеводского. И для этого мы примерно знаем, как построить гомоморфизмы Гизина для кобордизмов Воеводского. Неожиданно для нас это так вдохновило Суслина, что он три дня обсуждал с нами эту задачу. На третий день он пришел и сказал: "все, что вам надо доказать – это три свойства гомоморфизмов Гизина:

- (1) свойство замены базы,
- (2) ковариантную функториальность,
- (3) нормализацию ($id_* = id$).

Имея эти три свойства, вы докажете жесткость."

Этот эпизод очень ярко иллюстрирует стиль Суслина в математике.

В январе 1994 года Суслин зашел в свою комнату ЛОМИ (к. 306), держа в руках чей-то препринт. "Это гениальная работа" – сказал он. Это был рукописный вариант знаменитого препринта Воеводского о предпучках с трансферами. В тот же час Суслин начал его рассказывать и в итоге прочел 4 лекции по 4 часа каждая. Этот препринт лег в основу построения Воеводским его триангулированной категории мотивов, что в конечном счете привело к доказательству гипотезы Милнора.

Как-то в 1995 году я попросил Суслина объяснить мне суть трюка Квиллена, придуманного последним для доказательства гипотезы Герстена. В течении 5 минут Суслин на пальцах объяснил мне суть трюка и сформулировал принцип: в таких задачах всегда надо начинать работу с замкнутого

слоя. То же самое относится и к первому трюку Воеводского. На протяжении последующих 20 лет этот абсолютно базовый принцип я использовал сам и с соавторами для решения многих задач. Следующим вечером мы с Суслиным доказали гипотезу Гротендика–Серра для группы $SL_{1,A}$, где A – алгебра Адзумаи. С того дня я стал усиленно работать над доказательством гипотезы Гротендика–Серра, а Суслин вернулся к развитию теории мотивных когомологий с Воеводским.

Позвольте мне остановиться на этом. И просто сказать: светлая память моему великому учителю и великому математику Андрею Александровичу Суслину.