Записки научных
семинаров ПОМИ
Том 283, 2001 г.

СЕРГЕЙ ВАСИЛЬЕВИЧ КЕРОВ (12.6.1946–28.7.2000)

С. В. Керов был оригинальным и глубоким математиком. Он развивался небыстрыми темпами, но неуклонно шел в своем развитии к все более и более трудным задачам и к осознанию разнообразных математических связей. Его научное наследство не слишком обширно, но он оставил нам ряд серьезных работ, которые будут изучаться и продолжаться. Совершенно неожиданная и скоропостижная смерть от болезни, которую никто из нас не предвидел, не позволила ему закончить даже то, что было в основном подготовлено.

Он был сначала моим дипломантом, потом аспирантом и долгие годы коллегой и соавтором, с которым мы развивали многие идеи как те, что я разрабатывал ранее, так и те, которые возникали у нас в процессе взаимодействия. Позже он стал крупным экспертом в комбинаторике, теории симметрических функций и многом другом. Он тщательно следил за текущей литературой, и многое я узнавал от него. Его собственные идеи и работы, особенно последнего десятилетия, свидетельствовали о его глубоком понимании комбинаторики, анализа, вероятности.

Я постараюсь здесь коротко описать его научный путь, свидетелем большей части которого я был, и, в частности, подробнее остановиться на нашем совместном творчестве, которое началось в середине 70-х гг. и с перерывами продолжалось до середины 80-х гг., а затем возобновилось в конце 90-х гг.

Сережу, когда он был на третьем курсе, привел ко мне ученик О. А. Ладыженской, В. Я. Ривкинд, которому рекомендовал его Б. М. Макаров, читавший на этом курсе математический анализ. Получилось так, что в то время (1967 год) О. А. Ладыженская и я обсуждали возможность постановки у нас на мат-мехе изучения вероятностных методов в теории уравнений в частных производных (стохастические дифференциальные уравнения). Имелось в виду устроить семинар с привлечением молодых людей. Но мой интерес к этим вещам в те годы был нестойким (позже я снова заинтересовался этим), поэтому я поставил Сергею совсем другую задачу, более интересовавшую меня. В то время я вел малый семинар по динамическим системам (большой — это эргодический семинар В. А. Рохлина), на котором изучались гладкая и алгебраическая динамики, — Сергей был его постоянным участником. Диплом Сергея был посвящен потокам на нильпотентных и разрешимых многообразиях, а задача состояла в том, чтобы нащупать связь с теорией потоков с квазидискретным спектром, которую в свое время развил по инициативе В. А. Рохлина его ученик Л. М. Абрамов.

С самого начала была видна серьезность и основательность, с которой Сергей работал и узнавал новое. Он не стеснялся задавать вопросы и старался понять все детали. Результаты дипломной работы носили скорее предварительный характер и поэтому не были опубликованы. Курс, на котором он учился, был очень сильным (Я. Элиашберг, Ю. Матиясевич и др.), но Сергей имел уже тогда высокую репутацию, которая определялась не столько уже имеющимися достижениями, сколько впечатлением о внутренней работе, которую он непрерывно вел. Его скромная и достойная манера поведения привлекала сверстников и друзей. В 1969 г. Сергей поступил в аспирантуру по кафедре анализа, которую кончал, и я стал его научным руководителем. В 1969–70 учебном году я читал спецкурс по C^*-алгебрам и смежным вопросам. Для меня это была новая тема, и я хотел применить этот аппарат к теории динамических систем и теории представлений. Поскольку теория представлений постепенно становилась главной темой, то и семинар в значительной степени переориентировался на эту тематику. Сергей изучал теорию C^*-алгебр и классическую теорию представлений симметрических и конечных групп, а в качестве темы диссертации я дал ему теорию двойственности $*$-алгебр (теорию "положительной" двойственности). Эту идею, обобщающую теорию алгебр Хопфа, я предложил в 1971 году и опубликовал короткую заметку о геометрии состояний ("пакетов") в 1972 г. Главное определение состояло в том, что для алгебр в линейной двойственности умножение в каждой из них (или умножение и коумножение) есть операции, сохраняющие положительность (а не мультипликативность, как в алгебрах Хопфа). Основные вопросы были поставлены, и Сергей с энтузиазмом занялся этим. В своей диссертации он замечательным образом оформил и разработал в деталях конечномерный вариант, включавший планшерелеву двойственность, индуцирование, а также изучил нетривиальный коммутативный вариант [1, 2][1]. Эта теория пока еще не стала достаточно известной, но ссылки на две работы С. Керова на эту тему появляются. Совсем недавно в работах с И. Пономоренко и С. Евдокимовым мы показали, что конечномерные алгебры в планшерелевой двойственности есть не что иное как так называемые C-алгебры в алгебраической комбинаторике. Я не сомневаюсь, что этот цикл идей еще будет востребован. Здесь много связей с гипергруппами, теорией обобщенного сдвига, позже с квантовыми группами, многозначными группами и т.д. Сергей детально изучал книгу Б. Левитана, и мы обсуждали дальнейшие применения теории положительной двойственности к дифференциальным уравнениям.

Однако и эта тема была оставлена ради другой, гораздо более важной. Защита кандидатской диссертации С. Керовым состоялась в 1975 году, одним из оппонентов был А. А. Кириллов, и нужно сказать, что больше всего понравилось приложение к диссертации, которое я предложил включить в последний момент, и которое было посвящено уже новой тематике.

Речь идет о том, что я назвал асимптотической теорией групп и их представлений. Начал я заниматься ею в конце 60-х гг., и первой работой была моя работа с другим моим дипломантом, увы, также скончавшимся А. А. Шмидтом. Она была посвящена асимптотической теории меры Хаара на симметрической группе. Эта работа вышла в кратком изложении в 1972 г., а подробное было подготовлено в 1974 г., но опубликовано в 1977–1978 гг. Следующей целью было исследование асимптотики меры Планшереля, и этому была посвящена наша первая совместная работа с Сережей [3], теперь ее цитируют очень часто, так как она положила начало целой теории, но стоит сказать о предыстории. Хотелось разработать теорию асимптотических характеристик групп, алгебр и их представлений как альтернативу к актуально бесконечномерной теории, это, в частности, предопределяло использование эргодической теории, идей динамики, а также теории локально полупростых алгебр. Мы не знали о только что вышедшей книжке Войкулеску–Стратила об AF-алгебрах и переоткрыли простую, но важную теорему о структуре скрещенного

[1]Ссылки приведены по списку работ С. В. Керова, опубликованному в данном томе, стр. 14–20.

произведения в AF-алгебрах. Она открывает возможность применения методов эргодической теории и динамических систем в асимптотических задачах теории групп, она и была в приложении к диссертации Сергея. Начиная с конца 1975 года мы очень усердно начали работать над асимптотической теорией представлений бесконечной симметрической группы. Сразу выделились две крупные задачи:

1) Теория характеров группы S_∞.

2) Асимптотика меры Планшереля.

Первая задача была решена в таинственной работе Э. Тома. Я узнал о ней от И. М. Гельфанда и Г. Сигала. Очевидно, что без понимания того, что за движущие пружины стоят за основной формулой для характеров, полученной Тома чисто аналитическими методами, нельзя было двигаться далее. Я предложил использовать эргодический метод, хорошо работавший до этого и состоявший, грубо говоря, в применении эргодической теоремы (или теоремы о мартингалах). Мы стали разбираться с асимптотикой диаграмм Юнга сразу в обеих задачах, это и дало свои результаты. Новое доказательство теоремы Тома и понимание роли параметров (длины строк и столбцов) [6] сообщило импульс для многих дальнейших работ и Сережи, и Г. Ольшанского, а позже А. Окунькова и других. Независимо, но в более скромном контексте, теорема об асимптотике меры Планшереля была одновременно получена Л. Шеппом и Р. Логаном. В частности, это привело нас к K-теории симметрических функций. В теории характеров были выделены две общие задачи, которые многократно обдумывались нами — 1) вычисление центральных мер на градуированных графах (т.е. вычисление следов на локально полупростых алгебрах) и менее известная задача — 2) вычисление K-функтора. Эти задачи приводят к новым гипотезам в теории симметрических функций, они же связывают эти проблемы с границами Мартина и др. [4, 5, 7, 9, 11, 14, 19]. Задача же об асимптотике меры Планшереля возникла, от части, из иного источника — а именно, из серии задач о предельной форме случайных конфигураций. Примеров таких задач в математике очень много, даже со случайными диаграммами Юнга связана целая область исследований. В самое последнее время наши знания об асимптотике меры Планшереля были серьезно дополнены в исследованиях Трейси–Видома, Дейфта–Йохансена, Ольшанского–Окунькова–Бородина и др. Найдены связи с теорией случайных матриц, матричными задачами. Всем этим, естественно, интересовался Сергей, он сделал много докладов по этим работам на моем семинаре, на котором, кстати, он был самым активным участником и фактически соруководителем последние годы.

В наши планы входило изучение асимптотических задач для групп матриц над конечным полем: эта тема была намечена еще в начале 80-х гг., но всерьез мы приступили к ней лишь в 1996 г. и опубликовали заметку [56], сейчас я готовлю вторую работу из этой серии, которая была подготовлена вместе с Сережей. Эта тематика должна стать приоритетной в дальнейшем.

Начиная с середины 80-х гг. Сергей расширяет круг своих интересов и начинает серьезно рассматривать смежные задачи. Один из результатов докторской диссертации — доказательство центральной предельной теоремы для отклонений от предельной формы планшерелевой диаграммы Юнга. Постановка вопроса довольно традиционна, новым является объект — по существу, геометрический. Постепенно совершенствуя доказательство, он довел доказательство центральной предельной теоремы вместе с теоремой о предельной форме до исключительно простого и убедительного рассуждения, использующего метод моментов [59].

Гораздо более важным мне представляется другое развитие темы, которому посвящены, на мой взгляд, лучшие работы С. В. Это проблематика, связанная с эволюцией диаграмм, проблемой моментов Маркова–Крейна, теорией перемежающихся мер, связь со свободной вероятностью по Войкулеску и т.п. [23, 24, 31, 51, 54]. В частности, сюда относится исключительно изящная теорема об асимптотике перемежения нулей ортогональных полиномов. Оказалось, что та же предельная форма планшерелевых диаграмм появляется как предельная конфигурация нулей двух соседних ортогональных полиномов. Этой теореме место в учебниках.

Работа с симметрической группой — фундаментальным объектом в математике — приводит естественным образом к рассмотрению многих проблем. Одна из них появилась в связи с работой В. Джонса по теории узлов и их инвариантов. Поскольку основной результат был получен с помощью представлений алгебры Гекке, то совершенно ясно, что информация о бесконечной симметрической группе, групповая алгебра которой изоморфна бесконечной алгебре Гекке, должна содержать в том или ином виде инвариант Джонса. Это было показано с помощью списка характеров S_∞ в нашей заметке [22]. Собственно комбинаторно-вероятностные задачи также интересовали С. В. Упомяну работу о блуждании по крюкам диаграмм Юнга [30], о процедуре вычисления среднего в теории мер Пуассона–Дирихле [46], работу о комбинаторных примерах градуированных графов и др.

Отдельный цикл связан с теорией границ Мартина графов (работа с Ф. Гудманом, А. Гнединым, Окуньковым–Ольшанским) — здесь вычисляются центральные меры на графах, в основном, близких к графу Юнга. Это замечательный класс задач — я упоминал о нем выше — который связан с очень содержательным анализом и вероятностью. Важная гипотеза Керова из работы [33] о центральных мерах в графе Макдональда пока не доказана, она теснейшим образом связана с нашими проектами о группах матриц над конечным полем.

Никакое перечисление работ не способно передать с достаточной полнотой круг интересов и темы размышлений ученого. Не говоря о том, что многое остается полусделанным, брошенным незавершенным, намеченным, кроме того за каждой работой стоят размышления, далеко не все из которых высказаны даже устно. Говоря о С. В. Керове нельзя не отметить его исключительной аккуратности и систематичности. Более трех десятков больших тетрадей, исписанных аккуратным почерком, с размеченными темами и датами осталось после его кончины. Среди этих записей есть, конечно, то, что вошло в публикации, но многое осталось в набросках. Он любил подробно спрашивать и вникать в занятия других математиков и отыскивать то, что пригодится для его занятий. С другой стороны, идеи, высказанные им в беседах с молодыми людьми, стали импульсом для их работ.

Его педагогическая работа на мат-мехе началась слишком поздно (сразу на мат-мех, как я усиленно предлагал, его не взяли) — он работал сначала в Вычислительном центре, а затем в вузах, где не готовили профессиональных математиков. И только с 1994 года он стал читать лекции на мат-мехе, поэтому собственными учениками он не успел обзавестись, хотя его лекции по ортогональным полиномам, исключительно содержательные и обширные, пользовались успехом. Тем не менее у него были молодые соавторы и последователи и у нас, и за рубежом (см. список литературы). Его поездки также начались поздно — в 1991 г., однако начавшись, они стали очень успешными и плодотворными. К началу 90-х годов о наших и его собственных работах было так или иначе известно специалистам, и поэтому последовала серия лестных приглашений — Монреаль, Оттава, Гарвард, Айова, Ратгерс, Париж, Киото и др.

В 2000-2001 году сразу на нескольких конференциях состоялись специальные заседания, посвященные его памяти — Беркли, Кембридж (институт Ньютона), С.-Петербург (ПОМИ, институт Эйлера). Глубокое уважение и восхищение Сергеем, проявленные коллегами, друзьями, участниками было естественной данью этому замечательному математику, достойному и скромному человеку. Трудно привыкнуть к мысли о том, что С. В. нет в нашем институте, на нашем семинаре, на конференциях. Этот сборник посвящен его памяти. В нем участвуют его друзья, коллеги и молодые люди, которые знали его. Мы все с благодарностью вспоминаем о нем.

А. Вершик