БОРИС ФАДЕЕВИЧ СКУБЕНКО

Очерк жизни и творчества

5 июля 1993 года после тяжелой болезни скончался Борис Фадеевич Скубенко – выдающийся специалист по теории чисел, ведущий научный сотрудник Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В. А. Стеклова Российской Академии наук, доктор физико-математических наук, лауреат премии имени А. А. Маркова АН СССР.

Борис Фадеевич был постоянным автором "Записок научных семинаров ЛОМИ (ПОМИ)" и данный сборник посвящается его памяти.

Борис Фадеевич Скубенко родился 8 февраля 1929 года в г. Луганске, в семье рабочего. Его детство и юность пришлись на тяжелые военные и послевоенные годы. В 1942-1944 гг. Боря Скубенко работал в колхозе вблизи г.Луганска, с 1945 г. он работал на заводе и учился в вечерней школе рабочей молодежи. В 1949 г., после окончания школы, Борис Скубенко был призван в ряды Советской Армии, а в декабре 1952 г. был уволен в запас.

В начале 1953 г. Борис Скубенко приезжает в Ленинград и устраивается на работу на одно из ленинградских предприятий. В этом же году он поступает на заочное отделение математико-механического факультета ЛГУ. Интерес к теории чисел зародился у Бориса Фадеевича уже в ранней юности и окончательно определился в студенческие годы. Отметим, что в указанный период времени профессорами Ленинградского университета, издавна богатого своими научными традициями, были такие известные представители Петербургской школы теории чисел как Б. А. Венков, Ю. В. Линник, Д. К. Фаддеев. Именно они во многом определили дальнейшую математическую судьбу Б. Ф. Скубенко.

В 1958 г. Б. Ф. Скубенко, работавший тогда электромонтером на заводе бумагоделательного оборудования им. 2-ой пятилетки, окончил полный курс ЛГУ и защитил дипломную работу на тему: "Закон распределения простых чисел в некоторых мнимых квадратичных полях". Осенью того же года на основании рекомендации Ученого совета математико-механического факультета ЛГУ Б. Ф. Скубенко был зачислен в аспирантуру Ленинградского отделения Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР (ЛОМИ, теперь ПОМИ РАН).

С этого момента вся научная деятельность Б. Ф. Скубенко оказалась неразрывно связанной с ЛОМИ. Его научным руководителем в годы аспирантуры был член-корреспондент АН СССР (впоследствии академик) Ю. В. Линник – математик с мировым именем, уделявший большое внимание выявлению и привлечению в науку молодых талантливых ученых. Уже в аспирантские годы Б. Ф. Скубенко проявил характерные черты своего математического дарования – нестандартный подход к решению трудных проблем, изобретательность и энтузиазм. Кандидатскую диссертацию "Асимптотическое распределение целых точек на однополостном гиперболоиде и эргодические теоремы" (см. [2]) Б. Ф. Скубенко успешно защитил на Ученом совете математико-механического факультета ЛГУ в начале 1962 г.

С ноября 1961 года Б. Ф. Скубенко был зачислен в штат ЛОМИ в качестве младшего научного сотрудника и оставался в этой должности до начала 1976 г. На протяжении всех этих и последующих лет Борис Фадеевич интенсивно работает над различными вопросами теории чисел. По результатам своих исследований, посвященных гипотезе Минковского, в апреле 1974 г. на заседании Ученого совета МИАН он защищает докторскую диссертацию "Доказательство гипотезы Минковского о произведении линейных неоднородных форм от n переменных для $n \leqslant 5$" (см. [13]). В начале 1976 г. Б. Ф. Скубенко избирается на должность старшего научного сотрудника лаборатории алгебраических методов
ЛОМИ, а в 1986 г. он назначается на должность ведущего научного сотрудника.

Одновременно с научной работой в ЛОМИ с 1967 г. по 1984 г. Б. Ф. Скубенко вел большую педагогическую работу: он регулярно выезжал в г.Самарканд, где читал спецкурсы и руководил семинаром по геометрии чисел в Самаркандском государственном университете. За это време участниками семинара было опубликовано около 50 научных работ и подготовлено несколько кандидатских диссертаций.

За цикл работ по неоднородным и однородным задачам геометрии чисел, опубликованных Б. Ф. Скубенко в 1972–1981 гг., Президиум Академии Наук СССР присудил ему премию имени А. А. Маркова 1986 года.

Тот неподдельный энтузиазм, с которым Борис Фадеевич занимался математикой в молодые годы, сохранялся у него на протяжении всей жизни. До последних дней, несмотря на прогрессирующую тяжелую болезнь, Борис Фадеевич продолжал увлеченно работать над трудными проблемами теории чисел.

В своей научной деятельности Б. Ф. Скубенко был ярким представителем Петербургской школы теории чисел. Научные интересы Бориса Фадеевича принадлежали теории квадратичных форм и геометрии чисел.

Уже первый научный результат Бориса Фадеевича [3] (предварительное сообщение – [1]) явился крупным достижением в теории квадратичных форм: была доказана асимптотическая равномерность распределения (при $D \to \infty$) целых точек (x, y, z) на поверхности однополостного гиперболоида

$$y^2 - xz = D \quad (D > 0)$$

(в смысле соответствующей меры). При этом были необходимы некоторые дополнительные условия, традиционные в дискретном эргодическом методе Ю. В. Линника, которым пользовался Борис Фадеевич. По ходу доказательства потребовался следующий замечательный факт, открытый Борисом Фадеевичем ("теорема о циклах"): пусть $l(\xi_i)$ – длина периода разложения квадратичной иррациональности ξ_i дискриминанта D в цепную дробь, тогда

$$\frac{l(\xi_1)}{l(\xi_2)} < C \log(N+1),$$

где C – абсолютная постоянная и N – наименьшее число, которое представляется произведением (по Гауссу) бинарных форм, корнями которых являются ξ_1 и ξ_2. Известно, что $N < 2\sqrt{D}$.

Указанные результаты были включены академиком Ю. В. Линником в монографию (Ю. В. Линник. Эргодические свойства алгебраических полей. – Л., 1967) и явились важной составляющей научной программы, предложенной Ю. В. Линником в докладе на III Всесоюзном математическом съезде (Москва, 1956).

К этой программе относятся также исследования Бориса Фадеевича о распределении целочисленных $n \times n$ матриц Q на детерминантной поверхности

$$\det Q = N, \quad N \to \infty$$

(случай $n = 3$ изучался в работах [4], [6], написанных совместно с Ю. В. Линником; их изложение дано в гл. VIII указанной выше книги Ю. В. Линника; общий случай $n \geqslant 3$ Борис Фадеевич рассмотрел в [5], [7]).

Завершается первый период творчества Бориса Фадеевича скромной на первый взгляд заметкой [8] (написанной в соавторстве с учеником Бориса Фадеевича А. С. Пеном), в которой для $l(\xi)$, длины периода разложения квадратичной иррациональности ξ дискриминанта $D > 0$ в цепную дробь, получена в некотором смысле оптимальная оценка

$$l \leqslant CD^{1/2}L(1, \chi_D).$$

Эта заметка породила серию статей на данную тему как отечественных, так и зарубежных авторов.

В середине 60-х гг. Борис Фадеевич начал интересоваться проблематикой геометрии чисел, в частности, знаменитой гипотезой Минковского. Неоднородная гипотеза Минковского состоит в том, что в пространстве $\mathbb{R}^n$ для любой унимодулярной решетки Λ и любой точки L множество $\Lambda + L$ содержит точку $Y = (y_1, \dots, y_n)$, для которой

$$M = |y_1 \dots y_n| \leqslant 2^{-n}.$$

До работ Бориса Фадеевича гипотеза Минковского была доказана для $n = 2$ (Минковский), $n = 3$ (Ремак, 1923–24), $n = 4$ (Дайсон, 1948). Для $n > 4$ имеется оценка Н. Г. Чеботарева (1934)

$$M \leqslant 2^{-n/2}.$$

Эта оценка несколько раз уточнялась; лучший результат был получен Бомбьери (1963):

$$M \leqslant (3 + 10^{-4})\eta_n \cdot 2^{-n/2} \quad \text{для} \quad n > n_0,$$

где $\eta_n \to (2e - 1)^{-1}$ при $n \to \infty$.

В 1972 г. Б. Ф. Скубенко доказал гипотезу Минковского для $n = 5$ (предварительное сообщение – [11], подробное изложение – [12], упрощенный вариант – [14]), что явилось математической сенсацией. Для доказательства Борис Фадеевич разработал новый метод в геометрии чисел ("метод паруса"), который позволил ему доказать гипотезу Минковского сразу для всех $n \leqslant 5$.

Через несколько лет Б. Ф. Скубенко рассмотрел гипотезу Минковского для больших n и получил оценку

$$M < 2^{-n/2}e^2 \left(\frac{\log^2 n}{n}\right)^{1/3}, \quad n > n_0',$$

значительно усиливающую результат Бомбьери (предварительное сообщение – [15], подробное изложение – [17]). На пути уточнения отдельных деталей доказательства Бориса Фадеевича были получены и дальнейшие улучшения (см. [16], [19], а также работу А. В. Малышева в Зап. научн. семин. ЛОМИ, 1987, т. 160).

Среди целого ряда других результатов Б. Ф. Скубенко по геометрии чисел выделим теоремы переноса (см. [18], [22]), полученные Борисом Фадеевичем в сотрудничестве с его учениками; в этих теоремах речь идет о связи неоднородных и однородных минимумов унимодулярной решетки. Сходные, но значительно более частные факты доказали ранее Морделл и Грубер. Отметим также работы о плотнейших решетчатых упаковках шаров в евклидовых пространствах ([20], [21], [24]) и о DOTU-матрицах [26].

В 80-е гг. Б. Ф. Скубенко стал эффективно применять методы геометрии чисел к диофантовым неравенствам. В 1981 г. Борис Фадеевич доказал [25], [27] важную теорему изоляции. В частном случае [25] эта теорема формулируется так: если $F(x)$ – разложимая форма от $n > 2$ переменных, отвечающая полному модулю вещественного алгебраического поля степени n, то любая форма из ее ε-окрестности целочисленно представляет сколь угодно малое число ε_1.

Более общий факт был получен в [27].

Много сил отдал Борис Фадеевич решению знаменитой проблемы Литтлвуда: существуют ли $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ такие, что

$$|q(p_1 + q\alpha)(p_2 + q\beta)| \geqslant m > 0$$

при всех $p_1, p_2, q \in \mathbb{Z}\,(q \neq 0)$?

Борис Фадеевич доказал следующий замечательный результат (гипотеза Оппенгейма для разложимых форм; случай $n = 3$ рассмотрен в [35], случай $n \geqslant 3$ – в [36]). Пусть задана форма $F(X) = f_1(X)\ldots f_n(X)$, где $f_1, \ldots, f_n$ – линейные вещественные формы от n переменных ($n \geqslant 3$). Если при всех $X \in \mathbb{Z}^n (X \neq 0)$ будет $|F(X)| \geqslant \mu > 0$, то $F(X)$ пропорциональна целочисленной форме.

Следствием этого факта является теорема: для любых вещественных чисел α, β, γ и сколь угодно малого $\varepsilon > 0$ найдутся целые числа $p_1, p_2, q\,(q \neq 0)$ такие, что

$$|q(p_1 + p_2\gamma + q\alpha)(p_2 + q\beta)| \leqslant \varepsilon.$$

При $\gamma = 0$ эта теорема дает решение сформулированной выше проблемы Литтлвуда.

Методы работ [35], [36] лежат очень глубоко и, по-видимому, потребуется некоторое время для их усвоения. Однако попытки осмыслить движущие пружины методов Бориса Фадеевича уже имеются (см. [38]).

Многие годы Борис Фадеевич думал над решением известной проблемы Келлера о разбиении $\mathbb{R}^n$ однотипными кубами. По этой проблеме он успел опубликовать лишь короткую заметку [37]. И кто знает, может быть мы стали бы свидетелями появления новой выдающейся работы, подари судьба Борису Фадеевичу еще несколько лет жизни.

А. Н. Андрианов, А. И. Виноградов, Е. П. Голубева
Г. В. Кузьмина, А. П. Осколков, О. М. Фоменко

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ Б. Ф. СКУБЕНКО [+)]

1. Асимптотическое распределение и эргодические свойства целых точек на однополостном гиперболоиде. – Докл. АН СССР **135**, No. 4 (1960), 794–795.

   Реф.: Малышев А. В. – РЖМат, 1961, 12А172.
2. Асимптотическое распределение целых точек на однополостном гиперболоиде и эргодические теоремы: Автореф. дисс. на соиск. учен.степени канд. физ.-мат. наук. Л., 1961 (Ленингр. гос. ун-т).
3. Асимптотическое распределение целых точек на однополостном гиперболоиде и эргодические теоремы. – Изв. АН СССР. Сер.мат. **26**, No. 5 (1962), 721–752.

   Реф.: Малышев А. В. – РЖМат, 1963, 6А120; Kubilius J. – MR, 1964, **27**, No. 2, 1421.
4. К асимптотике целочисленных матриц третьего порядка. – Докл. АН СССР **146**, No. 5 (1962), 1007–1008 (совм. с Ю. В. Линником).

   Реф.: Артюхов М. М. – РЖМат, 1963, 4А105; Knapowski S. – MR, 1963, **25**, No. 6, 5044.
5. К асимптотике целочисленных матриц n-го порядка и об интегральном инварианте группы унимодулярных матриц. – Докл. АН СССР **153**, No. 2 (1963), 290–291.

   Реф.автора – РЖМат, 1964, 4А144; Ross K. A. – MR, 1964, **28**, No. 1, 160.
6. Асимптотическое распределение целочисленных матриц третьего порядка (к 75-летию проф. Л. Я. Морделла). – Вестн. Ленингр. ун-та, No. 13. Сер. мат., мех., астрон., вып. 3 (1964), 25–36 (совм. с Ю. В. Линником).

   Реф.: Мороз Б. З. – РЖМат, 1965, 9А96; Knapowski S. – MR, 1965, **29**, No. 4, 3459.
7. К распределению целочисленных матриц и вычислению объема фундаментальной области унимодулярной группы матриц. – Тр. Мат.ин-та АН СССР **80** (1965), 129–144.

   Реф.: Фоменко О. М. – РЖМат, 1965, 12А140; Cassels J. W. – MR, 1967, **33**, No. 6, 7309.
8. Оценка сверху периода квадратичной иррациональности. – Мат. заметки **5**, вып. 4 (1969), 413–418 (совм. с А. С. Пеном).

[+)] Список составлен Е. Г. Виноградовой и В. Н. Чугуевой

Реф.: Roberts J. B. – MR, 1970, **39**, No. 6, 6830.

9. К вопросу неоднородной задачи Минковского. – Тр.Самарканд. ун-та **181** (1970), 129–142 (совм. с Х. Н. Нарзуллаевым).

   Реф.: Малышев А. В. – РЖМат, 1971, 3А157; Brückmann P. – MR, 1973, **46**, No. 2, 1712.

10. Некоторые вопросы обобщения центральной теоремы Минковского. – Тр. Самарканд. ун-та **181** (1970), 142–152 (совм. с Х. Н. Нарзуллаевым).

    Реф.: Малышев А. В. – РЖМат, 1971, 3А109; Brückmann P. – MR, 1973, **46**, No. 2, 1713.

11. К гипотезе Минковского для $n = 5$. – Докл. АН СССР **205**, No. 6 (1972), 1304–1305.

    Перевод на англ. яз.: On Minkowski's conjecture for $n = 5$. – Soviet math. dokl. **13** (1972), 1136–1138.

    Реф.: Shephard G. C. – MR, 1973, **46**, No. 4, 5255.

12. Доказательство гипотезы Минковского о произведении n линейных неоднородных форм от n переменных для $n \leqslant 5$. – В кн.: Исследования по теории чисел. 2. Зап. научн. семин. ЛОМИ **33** (1973), 6–36.

    Перевод на англ. яз.: A proof of Minkowski's conjecture on the product of n linear inhomogeneous forms in n variables for $n \leqslant 5$. – J.Soviet Math. **6**, No. 6 (1976), 627–650.

    Реф.: Woods A. C. – MR, 1976, **51**, No. 2, 3061.

13. Доказательство гипотезы Минковского о произведении линейных неоднородных форм от n переменных для $n \leqslant 5$: Автореф. дисс. на соиск. учен. степени докт. физ.-мат. наук. Л., 1974 (АН СССР. Мат. ин-т им. В. А. Стеклова).

14. Новый вариант доказательства неоднородной гипотезы Минковского для $n = 5$. – Тр. Мат. ин-та АН СССР **142** (1976), 240–253.

    Реф. автора – РЖМат, 1977, 2А172; Author's summary – MR, 1979, **58**, No. 6, 27803.

15. К теореме Чеботарева. – Докл. АН СССР **233**, No. 2 (1977), 301–303.

    Перевод на англ. яз.: On a theorem of Čebotarev. – Soviet math. dokl. **18**, No. 2 (1977), 348–350.

    Реф.: Малышев А. В. – РЖМат, 1977, 9А199; Godwin H. J. – MR, 1979, **58**, No. 2, 10759.

16. Уточнение к теореме Чеботарева. – В кн.: Тезисы докл. и сообщ. Всесоюз. школы по теории чисел. Душанбе, 1977, 93 (совм. с

Х. Н. Нарзуллаевым).

17. К гипотезе Минковского при больших n. – Тр. Мат. ин-та АН СССР **148** (1978), 218–224.

Реф.: Малышев А. В. – РЖМат, 1979, 2А133; Malyshev A. – MR 83i:10041.

18. К оценке сверху произведения линейных неоднородных форм. – Мат. заметки **23**, No. 6 (1978), 789–797 (совм. с А. Пеном, К. Бакиевым).

Перевод на англ.яз.: On an upper bound for the product of linear inhomogeneous forms. – Math. notes **23**, No. 5/6 (1978), 433–438 (with A. Pen, K. Bakiev).

Реф.: Подсыпанин Е. В. – РЖМат, 1978, 12А182; Rankin R. A. – MR 80h:10040a.

19. Уточнение оценки арифметического минимума произведения неоднородных линейных форм (к неоднородной гипотезе Минковского). – В кн.: Исследования по теории чисел. 5. Зап. научн. семин. ЛОМИ **82** (1979), 88–94 (совм. с Х. Н. Нарзуллаевым).

Перевод на англ. яз.: J. Soviet Math. **18**, No. 6 (1982).

Реф. авторов – РЖМат, 1979, 10А99; Rankin R. A. – MR 80h: 10040b.

20. Плотные решетчатые упаковки шаров в евклидовых пространствах размерности $n \leqslant 16$. – В кн.: Исследования по теории чисел. 5. Зап. научн. семин. ЛОМИ **82** (1979), 144–146.

Перевод на англ. яз.: J. Soviet Math. **18**, No. 6 (1982).

Реф. автора – РЖМат, 1979, 10А100; Rankin R. A. – MR 82d: 10044.

21. Замечание об оценке сверху постоянной Эрмита плотнейшей решетчатой упаковки шаров. – В кн.: Исследования по теории чисел. 5. Зап. научн. семин. ЛОМИ **82** (1979), 147–148.

Перевод на англ.яз.: J.Soviet Math. **18**, No. 6 (1982).

Реф. автора – РЖМат, 1979, 10А101; Rankin R. A. – MR 82d: 10045.

22. Теорема переноса в неоднородной задаче Минковского. – В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 2. Зап. научн. семин. ЛОМИ **91** (1979), 119–124 (совм. с К. Бакиевым).

Перевод на англ. яз.: J. Soviet Math. **17**, No. 5 (1981).

Реф.: Малышев А. В. – РЖМат, 1980, 5А151; Stepanov S. A. – MR 82b:10039.

23. Геометрическая интерпретация теоремы Кронекера и ее обобщение. – В кн.: Вопросы алгебры и теории чисел. Самарканд, 1980, 11–16 (совм. с Х. Н. Нарзуллаевым).

Реф. авторов – РЖМат, 1981, 10Б870.

24. Плотные решетчатые упаковки шаров в R^n размерностей $n = 4, 8, 16, 32$. – В кн.: Вопросы алгебры и теории чисел. Самарканд, 1980, 42–46.

25. О произведении n линейных форм от n переменных. – Тр. Мат. ин-та АН СССР **158** (1981), 175–179.

Реф. автора – РЖМат, 1982, 4А168.

26. Существуют квадратные вещественные матрицы любого порядка $n \geqslant 2880$, не являющиеся DOTU-матрицами. – В кн.: Исследования по теории чисел. 7. Зап. научн. семин. ЛОМИ **106** (1981), 134–136.

Перевод на англ. яз.: There exist squre real matrices of an arbitrary order $n \geqslant 2880$ which are not DOTU-matrices. – J.Soviet Math. **23**, No. 2 (1983), 2201–2203.

Реф. автора – РЖМат, 1981, 12А362; Romanovs'kiǐ O. O. – MR 83d:15007.

27. Теорема изоляции для разложимых форм чисто вещественных алгебраических полей степени $n \geqslant 3$. – В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 4. Зап. научн. семин. ЛОМИ **112** (1981), 167–171.

Перевод на англ. яз.: J. Soviet Math. **25**, No. 2 (1984).

Реф. автора – РЖМат, 1982, 4А167; Author's summary – MR 83j:10036.

28. К оценке снизу постоянной Эрмита в совместных приближениях. – В кн.: Вопросы алгебры и теории чисел. Самарканд, 1982, 36–41 (совм. с Х. Н. Нарзуллаевым).

29. К совместным приближениям алгебраических иррациональностей. – В кн.: Целочисленные решетки и конечные линейные группы. Зап. научн. семин. ЛОМИ **116** (1982), 142–154.

Перевод на англ. яз.: J. Soviet Math. **26**, No. 3 (1984).

Реф. автора – РЖМат, 1983, 4А110.

30. К совместным приближениям алгебраических иррациональностей рациональными числами. – В кн.: Теория трансцендентных чисел и ее приложения: Всесоюз. конф., Москва, 1983: Тезисы докл. М., 1983, 122–123.

31. Совместные приближения кубических иррациональностей рациональными числами. – Докл. АН СССР **271**, No. 4 (1983), 809–812.

Реф. автора – РЖМат, 1984, 2А117.

32. К обобщенной теореме Рота–Шмидта. – В кн.: Автоморфные функции и теория чисел. 2. Зап. научн. семин. ЛОМИ **134** (1984), 226–231.

    Перевод на англ. яз.: Generalized Roth–Schmidt theorem. – J. Soviet Math. **36**, No. 1 (1987), 155-158.

    Реф. автора – РЖМат, 1984, 8А133.

33. Относительно аналога теоремы Кронекера. – В кн.: Вопросы алгебры и теории чисел. Самарканд. 1986, 4–7 (совм. с Х. Н. Нарзуллаевым).

    Реф. авторов – РЖМат, 1987, 5А154; MR 90g:11084.

34. Циклические множества чисел и решеток. – В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 8. Зап. научн. семин. ЛОМИ **160** (1987), 151–158.

    Перевод на англ. яз.: Cyclic sets of numbers and lattices. – J. Soviet Math. **52**, No. 3 (1990), 3109–3115.

    Реф. автора – РЖМат, 1987, 11А151; Yao Chen Zhu – MR 88m:11051.

35. Минимумы разложимой кубической формы от трех переменных. – В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 9. Зап. научн. семин. ЛОМИ **168** (1988), 125–139.

    Перевод на англ. яз.: Minimum of a decomposable cubic form of three variables. – J. Soviet Math. **53**, No. 3 (1991), 302–310.

    Реф.: Малышев А. В. – РЖМат, 1989, 4А114; Vulakh L. – MR 90a:11070.

36. Минимумы разложимых форм степени n от n переменных при $n \geqslant 3$. – В кн.: Модулярные функции и квадратичные формы. 1. Зап. научн. семин. ЛОМИ **183** (1990), 142–154.

    Реф. автора – РЖМат, 1990, 10А94; Vulakh L. – MR 91i:11073.

37. Инварианты разбиения R^n однотипными кубами. – В кн.: Модулярные функции и квадратичные формы. 2. Зап. научн. семин. ПОМИ **196** (1991), 117–121.

    Реф. автора – РЖМат, 1992, 7А668.

38. Об одном вопросе А. Вудса и П. Бамбы относительно кодов разложимых кубических форм. – В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 11. Зап. научн. семин. ПОМИ **204** (1993), 90–92.

    Реф. автора – РЖМат, 1993, 6А119.