Г. И. Бижанова, И. В. Денисова, А. И. Назаров, К. И. Пилецкас, В. В. Пухначев, С. И. Репин, Ж. Ф. Родригеш, Г. А. Серёгин, Н. Н. Уральцева, Е. В. Фролова, К 90-летию Всеволода Алексеевича Солонникова, *УМН*, 2023, том 78, выпуск 5, 187–198

DOI: 10.4213/rm10148

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

К 90-летию Всеволода Алексеевича Солонникова

Всеволод Алексеевич Солонников родился 8 июня 1933 г. в Ленинграде, в семье потомственных офицеров. Его дед Сергей Иванович Солонников был подполковником в Императорской армии. Сергей и Орест, сыновья Сергея Ивановича, тоже сделали военную карьеру. В тяжелые тридцатые годы Орест Сергеевич был назначен начальником штаба Тихоокеанского флота. В 1937 г., несмотря на орден Ленина и другие награды, он был арестован и в 1938 г. расстрелян. В пятидесятые годы дядю Всеволода Алексеевича полностью реабилитировали. Имя его до сих пор вспоминают на флоте с большим уважением.

В ленинградской квартире дяди Ореста, где жил маленький Сева с мамой Галиной Сергеевной, была большая библиотека. Еще до войны Сева любил перебирать книги, смотреть большой атлас и листать энциклопедию.

В семье Солонниковых была няня, Ульяна Антоновна Туманова, которая помогала растить мальчика. Она спасла ему жизнь тем, что в сентябре 1941 г. смогла вывезти его в эвакуацию. Галина Сергеевна осталась в блокадном Ленинграде и умерла в январе 1942 г. Возвратившись из эвакуации, няня вынуждена была отдать Севу в детский дом.

Через несколько лет Всеволод поступил в класс виолончели музыкальной школы-десятилетки при Ленинградской консерватории (жил он в интернате при этой школе). В 1951 г. он сдал экзамены в Ленинградскую консерваторию на теоретико-композиторский факультет, но после первого курса понял, что его больше влекут физика и математика. Большую роль в этом сыграли уроки замечательного учителя физики в музыкальной школе Юлия Ароновича Мирского.

Летом 1952 г. Всеволод Алексеевич поступил на физический факультет Ленинградского университета, и вся дальнейшая его судьба связана с математической физикой. Однако любовь к музыке он сохранил на всю жизнь. За годы учебы в музыкальной школе и консерватории Всеволод Алексеевич обрел много друзей и знакомых в музыкальном мире, там он встретил свою будущую жену Татьяну Федоровну Гамову. Они прожили счастливую жизнь, у них есть сын и внуки.

На старших курсах университета В. А. Солонников стал учеником Ольги Александровны Ладыженской. Его дипломная работа, посвященная поведению при $\varepsilon \to 0$

DOI: https://doi.org/10.4213/rm10148

решений эллиптических уравнений с малым параметром ε при старших производных, послужила основой его первой статьи [1].

В 1957 г., после окончания университета с отличием, Всеволод Алексеевич начинает работать в группе О. А. Ладыженской в Ленинградском отделении Математического института им. В. А. Стеклова (ЛОМИ). В этой группе (в дальнейшем – лаборатории математической физики) он работает уже две трети века.

Научный вклад В. А. Солонникова в развитие математической физики и теории уравнений в частных производных огромен. Объем этой статьи позволяет лишь коротко описать его основные достижения, многие из которых вошли в золотой фонд математики.

I. Эллиптические и параболические уравнения и системы. В 50-е годы прошлого века формировалось современное понимание разрешимости краевых задач для уравнений в частных производных. Одна из ключевых ролей в решении этой фундаментальной проблемы математики принадлежала О. А. Ладыженской, активное участие в этой работе приняли и ее ученики. В частности, В. А. Солонников доказал точные (коэрцитивные) априорные оценки решений основных краевых задач для уравнений эллиптического и параболического типов второго порядка, а также для стационарной системы Стокса [2]–[4] в пространствах Соболева методом потенциалов. Эти работы стали основой его кандидатской диссертации "Об одном классе функциональных пространств и об априорных оценках для решений некоторых краевых задач математической физики", защищенной в 1961 г.

Далее Всеволод Алексеевич приступил к изучению линейных эллиптических и параболических уравнений и систем общего вида. Коэрцитивные оценки решений краевых задач для эллиптических систем, полученные им независимо и одновременно с С. Агмоном, А. Даглисом и Л. Ниренбергом, были опубликованы несколько позже [5], [6]. В то же время он построил теорию разрешимости начально-краевых задач для параболических систем в пространствах Соболева и Гёльдера [7] и этим завершил создание общей теории таких задач, начатое И. Г. Петровским. В 1965 г. В. А. Солонников защитил докторскую диссертацию "О краевых задачах для линейных параболических систем дифференциальных уравнений общего вида". Частично эти результаты вошли в главы 4 и 7 монографии "Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа" [8], написанной им в соавторстве с О. А. Ладыженской и Н. Н. Уральцевой. В частности, в этой книге был изложен знаменитый метод построения регуляризатора, введенный в [3]. Этот метод позволяет найти единственное решение краевой задачи в области на основании явных решений модельных задач во всем пространстве и в полупространстве. Книга [8] стала настольной для нескольких поколений специалистов по уравнениям в частных производных, она была переведена на английский язык и получила всемирное признание.

Позднее, в 80-е годы, в серии работ [9]–[11] (в том числе совместных со своей ученицей Е. В. Фроловой и польским математиком В. Зайончковским) В. А. Солонников развил теорию разрешимости краевых задач для эллиптических и параболических уравнений в областях с углами и ребрами.

II. Теория функций. Хорошо известно, какую важную роль для уравнений в частных производных играет теория функциональных пространств. В этой области В. А. Солонникову принадлежит немало результатов, касающихся интерполяционных и мультипликативных неравенств, а также прямых и обратных теорем о следах (в том числе анизотропных). В работах по этому направлению он много сотрудничал с В. П. Ильиным, которого можно считать учителем Всеволода Алексеевича в области теории функций, а также с молодым талантливым сотрудником ЛОМИ К. К. Головкиным (к сожалению, рано ушедшим из жизни). Так, в работе [12] были установлены теоремы вложения и продолжения для пространств Слободецкого, Бесова и Гёльдера в областях общего вида. В статьях [13], [14] были найдены условия, при которых некоторые важные классы операторов (в том числе операторы свертки) ограничены в пространствах с дробными показателями гладкости. При этом в [14] эти условия формулировались в терминах операторного символа.

III. Математические задачи гидродинамики. Изучение математических моделей гидродинамики являлось одним из основных направлений лаборатории, возглавляемой О. А. Ладыженской. Здесь мы отметим работы В. А. Солонникова [15]–[17] (в том числе совместные с К. К. Головкиным) по построению теории гидродинамических потенциалов для трехмерных линейных задач. Эта теория позволяет исследовать разрешимость “в малом” общей нелинейной задачи и при этом проследить увеличение гладкости ее решения по мере увеличения регулярности данных задачи. На тот момент это была очень тонкая техника.

В работе с В. Е. Щадиловым [18] доказано существование обобщенного решения смешанной краевой задачи для стационарной системы Стокса и установлено, что скорость течения принадлежит $W_2^2(\Omega)$. В отличие от предыдущих работ, доказательство не опирается на теорию потенциала, а использует ортогональное разложение пространства векторов $W_2^1(\Omega)$ с однородными краевыми условиями. Скорость жидкости находится путем проектирования системы Стокса на подпространство соленоидальных векторов, а давление после этого восстанавливается отдельно. Кроме того, в [18] дано элементарное доказательство неравенства Корна, играющего важнейшую роль в задачах гидродинамики.

В работе О. А. Ладыженской и В. А. Солонникова [19] был установлен ряд принципиальных результатов для вектор-функций с заданной дивергенцией. Близкие результаты были независимо получены в работах И. Нечаса, И. Бабушки, Ф. Брецци и других математиков. Они имеют большое значение для аналитического и численного исследования задач с условием несжимаемости и в современной литературе часто формулируются в форме так называемого условия Ладыженской–Бабушки–Брецци (LBB condition).

Еще один интересный класс задач – это задачи в областях с некомпактными границами. Этими задачами Всеволод Алексеевич начал заниматься вместе с О. А. Ладыженской. В работе [20] они выделили основные функциональные пространства, в которых можно получить наиболее точные результаты, и доказали разрешимость таких задач для систем Стокса и Навье–Стокса с конечной энергией в областях с достаточно широкими выходами на бесконечность. Далее (см., например, [21]) они исследовали задачи и для областей с произвольными выходами на бесконечность, но уже без условия конечности интеграла Дирихле. В. А. Солонников продолжил развивать эту тему в работе со своим учеником К. Пилецкасом [22]. Обзор результатов по задачам с некомпактными границами приведен в работе [23].

IV. Задачи магнитной гидродинамики. О. А. Ладыженская предложила Всеволоду Алексеевичу обобщить ее результаты по разрешимости начально-краевых задач для системы Навье–Стокса на уравнения магнитной гидродинамики. В первых их работах на эту тему была доказана однозначная разрешимость нестационарных задач: локальная по времени для трехмерной задачи и глобальная – для двумерной [24], а также было установлено существование решений стационарных краевых задач [25]. Позднее они вернулись к этой тематике, изучая устойчивость и неустойчивость стационарных и вынужденных периодических решений [26].

И в дальнейшем Всеволод Алексеевич интересовался различными проблемами магнитной гидродинамики (в том числе задачами со свободными границами). Его соавторами в этой области были итальянские математики Дж. Мулоне, М. Падула и С. Москони, а также его бывшие аспиранты Ш. Сахаев (Казахстан) и Е. В. Фролова. В частности, в статье [27] было доказано существование глобального решения задачи со свободной границей для уравнений магнитной гидродинамики при малых начальных данных. Кроме того, в ряде работ Всеволода Алексеевича (см., например, [28]) была развита L_p-теория для этих задач.

V. Задачи со свободными границами. В конце 1970-х годов В. А. Солонников начинает заниматься задачами со свободными границами. Сначала он рассматривает стационарные задачи гидродинамики, например проблему о частичном заполнении тяжелой вязкой несжимаемой капиллярной жидкостью некоторого сосуда. При этом неизвестны не только скорость и давление жидкости, но и область, в которой жидкость находится, поскольку верхняя граница сосуда является свободной, т. е. не ограничена твердой стенкой и не подвержена действию каких-либо внешних сил, кроме поверхностного натяжения жидкости. Всеволод Алексеевич доказал разрешимость как двумерных [29], так и трехмерных [30] таких задач для системы Навье–Стокса. В этих задачах трудность кроется еще и в том, что свободная поверхность контактирует с жесткой стенкой. Это потребовало нахождения таких весовых соболевских и гёльдеровских пространств для областей с ребрами, в которых справедливы коэрцитивные оценки решения через данные задачи.

В 1990-х годах В. А. Солонников изучает задачи со свободными границами для параболических уравнений второго порядка. Совместно со своими учениками он исследует так называемые некоэрцитивные проблемы с динамическими краевыми условиями и получает для них предельно точные оценки в различных функциональных пространствах. Так, в цикле его совместных работ с Г. И. Бижановой ([31] и др.) доказаны теоремы о локальной разрешимости по времени задач Стефана и Веригина в весовых пространствах Гёльдера с минимальным порядком согласования начальных данных с краевыми условиями. Аналогичный результат в пространствах Соболева для однофазной задачи Стефана был получен вместе с Е. В. Фроловой [32]. Спустя несколько лет они вернулись к этой тематике и рассмотрели задачу с динамическим краевым условием для параболического уравнения с малым множителем ε при производной по времени в уравнении. Полученные ими равномерные гёльдеровские оценки решения этой задачи при $\varepsilon \to 0$ позволили подтвердить справедливость квазистационарного приближения для задачи Стефана [33].

В. А. Солонникову принадлежат пионерские работы по нестационарным задачам со свободными границами для вязкой жидкости. Разработанные им методы исследования таких задач дали толчок к бурному развитию этой области, в которой он является одним из признанных лидеров.

Первой работой по этой тематике была статья [34] 1977 г. В ней для жидкости без поверхностного натяжения было доказано существование локального решения в пространствах Гёльдера. При этом использовался переход к лагранжевым координатам, которые позволяют перейти к задаче в фиксированной области, но сильно усложняют коэффициенты системы уравнений. В работе [35] В. А. Солонников доказал разрешимость задачи уже для капиллярной жидкости при всех положительных временах в предположении, что начальные данные близки к равновесным, т. е. начальная скорость жидкости мала, а форма начальной области близка к шару. Некоторые детали доказательства, связанные с локальной однозначной разрешимостью нелинейной задачи в анизотропных пространствах Соболева–Слободецкого, были приведены в последующих работах этой серии.

Исследование этой проблемы оказалось сложнее, чем предполагал вначале автор. Наличие поверхностного натяжения, с одной стороны, стабилизирует решение задачи, а с другой, делает задачу некоэрцитивной, т. е. приводит к появлению в граничном условии интегрального члена, который не может быть рассмотрен как слабый по отношению к другим членам краевого условия. Это не позволяет применить к этой системе уже известные методы и воспользоваться оценками, доказанными для решения модельной задачи в полупространстве. Поэтому сначала надо было найти это решение в явном виде через его образ Фурье–Лапласа, а затем оценить его с помощью теоремы Кальдерона–Зигмунда об оценке сингулярных интегралов. Для доказательства существования решения линейной задачи в ограниченной области применялся уже упоминавшийся метод построения регуляризатора. Полное доказательство локальной разрешимости задачи о движении вязкой капли было закончено лишь в начале девяностых годов.

Далее Всеволод Алексеевич вместе со своим учеником И. Ш. Могилевским получил аналогичный результат в гёльдеровских пространствах [36], [37]. В этом случае трудность оценки явного решения модельной полупространственной задачи состоит еще и в отсутствии в пространствах Гёльдера теоремы, аналогичной теореме Кальдерона–Зигмунда. Авторы применили довольно сложный метод мультипликаторов Фурье для пространств Гёльдера, основанный на работе [14]. Этот метод был впоследствии заменен В. А. Солонниковым на более простой, но в гёльдеровских пространствах с пониженным показателем гладкости по времени [38]. Развитие этой упрощенной техники позволило ему (в соавторстве со своей ученицей И. В. Денисовой) доказать также локальную разрешимость аналогичной задачи для сжимаемой ограниченной жидкой массы, но уже без потери гладкости по времени [39], [40]. Отметим также работы Солонникова по разрешимости задач для сжимаемой жидкости в пространствах Соболева–Слободецкого, в частности с его японским коллегой А. Тани [41].

VI. Устойчивость фигур равновесия несжимаемой жидкости. Эта классическая проблема, в изучение которой в свое время внесли вклад Ньютон, Маклорен, Якоби, Пуанкаре, Ляпунов и многие другие ученые, увлекла и Всеволода Алексеевича. Сначала он исследовал движение капли, близкой к шару, при малых начальных скоростях. В серии работ он установил существование глобального решения задачи о движении конечного объема самогравитирующей капиллярной (как несжимаемой, так и сжимаемой) жидкости и показал, что в системе координат, связанной с центром масс капли, решение при больших временах сходится к состоянию покоя, а область, занимаемая жидкостью, стремится к шару. Аналогичные результаты для двухслойной несжимаемой жидкости были получены Всеволодом Алексеевичем вместе с И. В. Денисовой [42]. В этой работе для перехода к области с фиксированной границей использовалось преобразование Ханзавы, а не лагранжевы координаты. Это позволило снизить требования к гладкости начальной поверхности, получить точные оценки и продолжить решение на бесконечный промежуток времени. Кроме того, для получения разрешимости использовался так называемый метод обобщенной энергии, который был разработан В. А. Солонниковым совместно с его итальянской коллегой М. Падулой [43], [44]. Этот метод позволяет доказать существование глобального решения задачи и его экспоненциальное убывание по времени. Основные этапы доказательства Всеволод Алексеевич изложил в лекциях, прочитанных им в Летней школе на Мадейре [45].

При изучении более сложной проблемы устойчивости фигур равновесия изолированных масс вращающейся жидкости В. А. Солонников обратился к идее А. М. Ляпунова, который предложил анализировать устойчивость фигур равновесия аналитическими методами. Ляпунов исследовал вторую вариацию функционала энергии относительно малых возмущений границы фигуры. Всеволод Алексеевич развил эту идею и распространил ее на случай капиллярных жидкостей. В большой серии работ он исследовал устойчивость осесимметричных и несимметричных фигур равновесия. Им было показано [46], что при достаточной малости начальных данных (угловой скорости вращения, распределения скоростей и отклонения начальной формы капли от равновесной фигуры), а также положительности второй вариации функционала энергии возмущение этой фигуры стремится к нулю при $t \to \infty$. При этом движение капли переходит во вращение жидкой массы как твердого тела. Неустойчивость же симметричных фигур равновесия вращающейся несжимаемой жидкости гарантирована в случае, когда вторая вариация функционала энергии может принимать отрицательные значения. Обзор результатов по этой тематике приведен в статье [47]. Суммируя вышесказанное, можно сделать вывод, что благодаря работам В. А. Солонникова существовавшая ранее теория приобрела законченный математический вид. Сам Всеволод Алексеевич считает результаты в этой области самым важным своим достижением в математической гидродинамике.

В последние годы В. А. Солонников продолжает развивать технику изучения задач со свободными границами для уравнений Навье–Стокса. Он обобщает свои методы на различные случаи двухфазных капель. Совместно с И. В. Денисовой им написаны большие обзоры по этим вопросам для несжимаемой [48] и сжимаемой жидкости [49], а также монография "Движение капли в несжимаемой жидкости" на русском и английском языках [50], посвященная разрешимости задач, описывающих движение двухслойной жидкой среды с неизвестной границей раздела слоев. На основе работы [51] им удалось найти условия устойчивости осесимметричных двухслойных равновесных фигур [52].

Кроме того, Всеволод Алексеевич изучил случай двух разнородных сред: сжимаемой и несжимаемой. Он установил глобальную разрешимость задачи о движении двухфазной капли в L_2-постановке [53]. Таким образом, теория Солонникова получает все новое и новое развитие и находит многочисленные приложения.

Помимо научной работы, Всеволод Алексеевич много занимался преподавательской деятельностью. В течение 15 лет он преподавал на кафедре математической физики математико-механического факультета Ленинградского государственного университета: читал специальные курсы, вел семинары, привлекал студентов к научной работе. Слушатели отмечали неизменно высокий научный уровень его лекций, исключительную аккуратность и педагогическое мастерство в изложении материала. В 1979 г. ему было присвоено звание профессора. Совместно с Н. Н. Уральцевой им написано учебное пособие по теоремам вложения для пространств Соболева [54]. В 1980-е годы у Всеволода Алексеевича было много дипломников, впоследствии 9 человек защитили под его руководством кандидатские диссертации, 5 его учеников стали докторами физико-математических наук, а К. Пилецкас избран академиком Литовской АН. Ученики В. А. Солонникова работают в университетах России, Литвы, Казахстана, Армении, Италии. Всеволод Алексеевич до сих пор поддерживает с ними связь, внимательно следит за их работой. Отметим в связи с этим статью [55], посвященную изучению течения вязкой несжимаемой жидкости со свободной границей по поверхности, близкой к наклонной плоскости.

В восьмидесятых годах В. А. Солонников начал выезжать в научные командировки за границу. В дальнейшем он работал в Германии, Италии, Португалии, Японии и других странах. У него много зарубежных соавторов, Всеволод Алексеевич свободно говорит на пяти языках.

В. А. Солонников – автор более 290 научных работ, в том числе двух монографий. Его научные труды широко известны как в России, так и за границей, они в большой степени повлияли на развитие современной теории дифференциальных уравнений в частных производных.

Всеволод Алексеевич был приглашенным докладчиком на многих международных научных конференциях и школах, в том числе на Международном конгрессе математиков в Беркли (1986 г.). В его честь неоднократно проводились математические конференции в России, Португалии, Италии, Польше, Литве.

Долгие годы В. А. Солонников был членом редакционных коллегий целого ряда российских и международных научных изданий. Да и сейчас он входит в редколлегии журналов "Interfaces and Free Boundaries" и "Journal of Mathematical Fluid Mechanics", которые занимают верхние строчки в мировом рейтинге цитируемости среди математических изданий.

Математические достижения Всеволода Алексеевича, его творческая энергия, преданность науке высоко оценены математическим сообществом в России и за рубежом. В 2003 г. он был удостоен премии Гумбольдтовского научного фонда (Германия). В том же году ему было присвоено звание профессора университета города Феррары (Италия). В 2009 г. он (совместно с В. В. Пухначевым) был награжден премией им. М. А. Лаврентьева Российской академии наук за цикл работ "Задачи со свободной границей для уравнений Навье–Стокса". В 2013 г. В. А. Солонникову присуждена премия Правительства Санкт-Петербурга за выдающиеся научные результаты в области науки и техники в номинации "Математика и механика" – премия им. П. Л. Чебышёва. В 2015 г. ему присвоено почетное звание "Заслуженный деятель науки Российской Федерации", а в 2017 г. он был избран иностранным членом Лиссабонской академии наук. В 1992–1996 гг. он был членом Исполнительного комитета Европейского математического общества.

Увлеченность математикой, широкий кругозор, доброжелательность и демократичность в общении снискали Всеволоду Алексеевичу любовь и уважение математиков разных стран. От лица учеников и коллег мы поздравляем Всеволода Алексеевича с его 90-летним юбилеем и желаем ему здоровья, творческого долголетия и новых интересных научных результатов.

Г. И. Бижанова, *И. В. Денисова*, *А. И. Назаров*,
К. И. Пилецкас, *В. В. Пухначев*, *С. И. Репин*, *Ж. Ф. Родригеш*,
Г. А. Серегин, *Н. Н. Уральцева*, *Е. В. Фролова*

Список литературы

[1] В. А. Солонников, "О линейных дифференциальных уравнениях с малым параметром при старших производных", *Докл. АН СССР*, **119**:3 (1958), 454–457.

[2] В. А. Солонников, "Об априорных оценках для некоторых краевых задач", *Докл. АН СССР*, **138**:4 (1961), 781–784; англ. пер.: V. A. Solonnikov, "A priori estimates for certain boundary value problems", *Soviet Math. Dokl.*, **2** (1961), 723–727.

[3] В. А. Солонников, "Априорные оценки для уравнений второго порядка параболического типа", *Краевые задачи математической физики*. 1, Сборник работ, Тр. МИАН СССР, **70**, Наука, М.–Л., 1964, 133–212; англ. пер.: V. A. Solonnikov, "A priori estimates for second-order parabolic equations", Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, **65**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1967, 51–137.

[4] В. Солонников, "Об оценках тензоров Грина для некоторых краевых задач", *Докл. АН СССР*, **130**:5 (1960), 988–991; англ. пер.: V. Solonnikov, "On estimates of Green's tensors for certain boundary problems", *Soviet Math. Dokl.*, **1** (1960), 128–131.

[5] В. А. Солонников, "Об общих краевых задачах для систем, эллиптических в смысле А. Даглиса–Л. Ниренберга. I", *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, **28**:3 (1964), 665–706; англ. пер.: V. A. Solonnikov, "On general boundary problems for systems which are elliptic in the sense of A. Douglis and L. Nirenberg. I", Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, **56**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1964, 193–232.

[6] В. А. Солонников, "Об общих краевых задачах для систем, эллиптических в смысле А. Даглиса–Л. Ниренберга. II", *Краевые задачи математической физики*. 4, Тр. МИАН СССР, **92**, Наука, М.–Л., 1966, 233–297; англ. пер.: V. A. Solonnikov, "General boundary value problems for Douglis–Nirenberg elliptic systems. II", *Proc. Steklov Inst. Math.*, **92** (1968), 269–339.

[7] В. А. Солонников, "О краевых задачах для линейных параболических систем дифференциальных уравнений общего вида", *Краевые задачи математической*

физики. 3. О краевых задачах для линейных параболических систем дифференциальных уравнений общего вида, Тр. МИАН СССР, **83**, Наука, М.–Л., 1965, 3–163; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “On boundary value problems for linear parabolic systems of differential equations of general form”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **83** (1965), 1–184.

[8] О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, Н. Н. Уральцева, *Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа*, Наука, М., 1967, 736 с.; англ. пер.: O. A. Ladyženskaja, V. A. Solonnikov, N. N. Ural'ceva, *Linear and quasi-linear equations of parabolic type*, Transl. Math. Monogr., **23**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1968, xi+648 pp.

[9] В. М. Зайончковский, В. А. Солонников, “О задаче Неймана для эллиптических уравнений второго порядка в областях с ребрами на границе”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 15, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **127**, Изд-во “Наука”, Ленинград. отд., Л., 1983, 7–48; англ. пер.: V. Zaionchkovskii, V. A. Solonnikov, “Neumann problem for second-order elliptic equations in domains with edges on the boundary”, *J. Soviet Math.*, **27** (1984), 2561–2586.

[10] В. А. Солонников, “О разрешимости классических начально-краевых задач для уравнения теплопроводности в двухгранном угле”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 16, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **138**, Изд-во “Наука”, Ленинград. отд., Л., 1984, 146–180; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “Solvability of the classical initial-boundary-value problems for the heat-conduction equation in a dihedral angle”, *J. Soviet Math.*, **32** (1986), 526–546.

[11] В. А. Солонников, Е. В. Фролова, “О задаче с третьим краевым условием для уравнения Лапласа в плоском угле и ее приложении к параболическим задачам”, *Алгебра и анализ*, **2**:4 (1990), 213–241; англ. пер.: V. A. Solonnikov, E. V. Frolova, “On a problem with the third boundary condition for the Laplace equation in a plane angle, and its applications to parabolic problems”, *Leningrad Math. J.*, **2**:4 (1991), 891–916.

[12] В. П. Ильин, В. А. Солонников, “О некоторых свойствах дифференцируемых функций многих переменных”, *Работы по автоматическому программированию, численным методам и функциональному анализу*, Тр. МИАН СССР, **66**, Изд-во АН СССР, М.–Л., 1962, 205–226; англ. пер.: V. P. Il'in, V. A. Solonnikov, “On some properties of differentiable functions of several variables”, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, **81**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1969, 67–90.

[13] К. К. Головкин, В. А. Солонников, “Оценки интегральных операторов в трансляционно-инвариантных нормах”, *Краевые задачи математической физики*. 1, Сборник работ, Тр. МИАН СССР, **70**, Наука, М.–Л., 1964, 47–58; II, *Краевые задачи математической физики*. 4, Тр. МИАН СССР, **92**, 1966, 5–30; англ. пер.: K. K. Golovkin, V. A. Solonnikov, “Estimates for integral operators in translation-invariant norms”, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, **61**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1967, 97–112; II, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **92** (1968), 3–32.

[14] К. К. Головкин, В. А. Солонников, “Об оценках операторов свертки”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 2, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **7**, Изд-во “Наука”, Ленинград. отд., Л., 1968, 6–86; англ. пер.: K. K. Golovkin, V. A. Solonnikov, “Estimates of convolution operators”, Semin. Math., **7**, V. A. Steklov Math. Inst., Leningrad, 1968, 1–36.

[15] К. К. Головкин, В. А. Солонников, “О первой краевой задаче для нестационарных уравнений Навье–Стокса”, *Докл. АН СССР*, **140**:2 (1961), 287–290; англ. пер.: K. K. Golovkin, V. A. Solonnikov, “On the first boundary problem for the nonstationary Navier–Stokes equations”, *Soviet Math. Dokl.*, **2** (1961), 1188–1193.

[16] В. А. Солонников, “Оценки решений нестационарной линеаризованной системы уравнений Навье–Стокса”, *Краевые задачи математической физики.* 1, Сборник работ, Тр. МИАН СССР, **70**, Наука, М.–Л., 1964, 213–317; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “Estimates of the solutions of a nonstationary linearized system of Navier–Stokes equations”, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, **75**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1968, 1–116.

[17] В. А. Солонников, “О дифференциальных свойствах решения первой краевой задачи для нестационарной системы уравнений Навье–Стокса”, *Краевые задачи математической физики.* 2, Сборник работ. Посвящается памяти Владимира Андреевича Стеклова в связи со столетием со дня его рождения, Тр. МИАН СССР, **73**, Наука, М.–Л., 1964, 221–291.

[18] В. А. Солонников, В. Е. Щадилов, “Об одной краевой задаче для стационарной системы уравнений Навье–Стокса”, *Краевые задачи математической физики.* 8, Сборник работ под редакцией О. А. Ладыженской, Тр. МИАН СССР, **125**, Наука, М.–Л., 1973, 196–210; англ. пер.: V. A. Solonnikov, V. E. Shchadilov, “A certain boundary value problem for the stationary system of Navier–Stokes equations”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **125** (1973), 186–199.

[19] О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, “О некоторых задачах векторного анализа и обобщенных постановках краевых задач для уравнений Навье–Стокса”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций.* 9, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **59**, Изд-во “Наука”, Ленинград. отд., Л., 1976, 81–116; англ. пер.: O. A. Ladyzhenskaya, V. A. Solonnikov, “Some problems of vector analysis and generalized formulations of boundary-value problems for the Navier–Stokes equations”, *J. Soviet Math.*, **10**:2 (1978), 257–286.

[20] О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, “О разрешимости краевых и начально-краевых задач для уравнений Навье–Стокса в областях с некомпактными границами”, *Вестн. ЛГУ. Сер. матем., мех., астрон.*, **13**:3 (1977), 39–47.

[21] О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, “О нахождении решений краевых задач для стационарных уравнений Стокса и Навье–Стокса, имеющих неограниченный интеграл Дирихле”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций.* 12, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **96**, Изд-во “Наука”, Ленинград. отд., Л., 1980, 117–160; англ. пер.: O. A. Ladyzhenskaya, V. A. Solonnikov, “Determination of the solutions of boundary value problems for stationary Stokes and Navier–Stokes equations having an unbounded Dirichlet integral”, *J. Soviet Math.*, **21**:5 (1983), 728–761.

[22] В. А. Солонников, К. И. Пилецкас, “О некоторых пространствах соленоидальных векторов и о разрешимости краевой задачи для системы уравнений Навье–Стокса в областях с некомпактными границами”, *Исследования по линейным операторам и теории функций.* VIII, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **73**, Изд-во “Наука”, Ленинград. отд., Л., 1977, 136–151; англ. пер.: V. A. Solonnikov, K. I. Piletskas, “Certain spaces of solenoidal vectors and the solvability of the boundary problem for the Navier–Stokes system of equations in domains with noncompact boundaries”, *J. Soviet Math.*, **34**:6 (1986), 2101–2111.

[23] В. А. Солонников, “О задачах гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости в областях с некомпактными границами”, *Алгебра и анализ*, **4**:6 (1992), 28–53; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “On problems of the hydrodynamics of a viscous incompressible fluid in domains with noncompact boundaries”, *St. Petersburg Math. J.*, **4**:6 (1993), 1081–1102.

[24] О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, “Решение некоторых нестационарных задач магнитной гидродинамики для вязкой несжимаемой жидкости”, *Математические вопросы гидродинамики и магнитной гидродинамики для вязкой несжимаемой жидкости*, Сборник работ, Тр. МИАН СССР, **59**, Изд-во АН СССР, М.–Л., 1960, 115–173.

[25] В. А. Солонников, “О некоторых стационарных краевых задачах магнитной гидродинамики”, *Математические вопросы гидродинамики и магнитной гидродинамики для вязкой несжимаемой жидкости*, Сборник работ, Тр. МИАН СССР, **59**, Изд-во АН СССР, М.–Л., 1960, 174–187.

[26] О. А. Ладыженская, В. А. Солонников, “О принципе линеаризации и инвариантных многообразиях для задач магнитной гидродинамики”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 7, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **38**, Изд-во “Наука”, Ленинград. отд., Л., 1973, 46–93; англ. пер.: O. A. Ladyzhenskaya, V. A. Solonnikov, “The linearization principle and invariant manifolds for problems of magnetohydrodynamics”, *J. Soviet Math.*, **8** (1977), 384–422.

[27] V. A. Solonnikov, E. V. Frolova, “Solvability of a free boundary problem of magnetohydrodynamics in an infinite time interval”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 43, Зап. науч. сем. ПОМИ, **410**, ПОМИ, СПб., 2013, 131–167; *J. Math. Sci.* (*N. Y.*), **195**:1 (2013), 76–97.

[28] V. A. Solonnikov, “L_p-theory of free boundary problems of magnetohydrodynamics in multi-connected domains”, *Ann. Univ. Ferrara Sez.* VII *Sci. Mat.*, **60**:1 (2014), 263–288.

[29] В. А. Солонников, “Разрешимость задачи о плоском движении тяжелой вязкой несжимаемой капиллярной жидкости, частично заполняющей некоторый сосуд”, *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, **43**:1 (1979), 203–236; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “Solvability of a problem on the plane motion of a heavy viscous incompressible capillary liquid partially filling a container”, *Math. USSR-Izv.*, **14**:1 (1980), 193–221.

[30] В. А. Солонников, “Разрешимость трехмерной задачи со свободной границей для стационарной системы уравнений Навье–Стокса”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 11, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **84**, Изд-во “Наука”, Ленинград. отд., Л., 1979, 252–285; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “Solvability of three-dimentional problem with a free boundary for a stationary system of Navier–Stokes equations”, *J. Soviet Math.*, **21**:3 (1983), 427–450.

[31] Г. И. Бижанова, В. А. Солонников, “О задачах со свободными границами для параболических уравнений второго порядка”, *Алгебра и анализ*, **12**:6 (2000), 98–139; англ. пер.: G. I. Bizhanova, V. A. Solonnikov, “Free boundary problems for second order parabolic equations”, *St. Petersburg Math. J.*, **12**:6 (2001), 949–981.

[32] В. А. Солонников, Е. В. Фролова, “L_p-теория для задачи Стефана”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 28, Зап. науч. сем. ПОМИ, **243**, ПОМИ, СПб., 1997, 299–323; англ. пер.: V. A. Solonnikov, E. V. Frolova, “L_p-theory for the Stefan problem”, *J. Math. Sci.* (*N. Y.*), **99**:1 (2000), 989–1006.

[33] В. А. Солонников, Е. В. Фролова, “О справедливости квазистационарного приближения для задачи Стефана”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 38, Зап. науч. сем. ПОМИ, **348**, ПОМИ, СПб., 2007, 209–253; англ. пер.: V. A. Solonnikov, E. V. Frolova, “Justification of a quasistationary approximation for the Stefan problem”, *J. Math. Sci.* (*N. Y.*), **152**:5 (2008), 741–768.

[34] В. А. Солонников, “Разрешимость задачи о движении вязкой несжимаемой жидкости, ограниченной свободной поверхностью”, *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, **41**:6 (1977), 1388–1424; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “Solvability of a problem on the motion of a viscous incompressible fluid bounded by a free surface”, *Math. USSR-Izv.*, **11**:6 (1977), 1323–1358.

[35] В. А. Солонников, “О неустановившемся движении конечной массы жидкости, ограниченной свободной поверхности”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 18, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **152**, Изд-во “Наука”, Ленинград. отд., Л., 1986, 137–157; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “Unsteady

motion of a finite mass of fluid, bounded by a free surface”, *J. Soviet Math.*, **40**:5 (1988), 672–686.

[36] И. Ш. Могилевский, В. А. Солонников, “Разрешимость одной некоэрцитивной начально-краевой задачи для системы Стокса в гельдеровских классах функций (случай полупространства)”, *Z. Anal. Anwendungen*, **8**:4 (1989), 329–347.

[37] I. S. Mogilevskii, V. A. Solonnikov, “On the solvability of an evolution free boundary problem for the Navier–Stokes equations in Hölder spaces of functions”, *Mathematical problems relating to Navier–Stokes equations*, Ser. Adv. Math. Appl. Sci., **11**, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 1992, 105–181.

[38] В. А. Солонников, “Оценки решения второй начально-краевой задачи для системы Стокса в пространствах функций с непрерывными по Гельдеру производными по пространственным переменным”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 30, Зап. науч. сем. ПОМИ, **259**, ПОМИ, СПб., 1999, 254–279; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “Estimates of solutions of the second initial boundary-value problem for the Stokes system in the spaces of functions having Hölder continuous derivatives with respect to spatial variables”, *J. Math. Sci.* (*N. Y.*), **109**:5 (2002), 1997–2017.

[39] И. В. Денисова, В. А. Солонников, “Классическая разрешимость модельной задачи в полупространстве, связанной с движением изолированной массы сжимаемой жидкости”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 31, Зап. науч. сем. ПОМИ, **271**, ПОМИ, СПб., 2000, 92–113; англ. пер.: I. V. Denisova, V. A. Solonnikov, “Classical solvability of a model problem in a half-space, related to the motion of an isolated mass of a compressible fluid”, *J. Math. Sci.* (*N. Y.*), **115**:6 (2003), 2753–2765.

[40] И. В. Денисова, В. А. Солонников, “Классическая разрешимость задачи о движении изолированной массы сжимаемой жидкости”, *Алгебра и анализ*, **14**:1 (2002), 71–98; англ. пер.: I. V. Denisova, V. A. Solonnikov, “Classical solvability of a problem on the motion of an isolated mass of compressible fluid”, *St. Petersburg Math. J.*, **14**:1 (2002), 53–74.

[41] V. A. Solonnikov, A. Tani, “Free boundary problem for a viscous compressible flow with a surface tension”, *Constantin Carathéodory: an international tribute*, World Sci. Publ., Teaneck, NJ, 1991, 1270–1303.

[42] I. V. Denisova, V. A. Solonnikov, “L_2-theory for two incompressible fluids separated by a free interface”, *Topol. Methods Nonlinear Anal.*, **52**:1 (2018), 213–238.

[43] M. Padula, V. A. Solonnikov, “On the global existence of nonsteady motions of a fluid drop and their exponential decay to a uniform rigid rotation”, *Topics in mathematical fluid mechanics*, Quad. Mat., **10**, Dept. Math., Seconda Univ. Napoli, Caserta, 2002, 185–218.

[44] В. А. Солонников, “Оценка обобщенной энергии в задаче со свободной границей для вязкой несжимаемой жидкости”, *Исследования по линейным операторам и теории функций*. 29, Зап. науч. сем. ПОМИ, **282**, ПОМИ, СПб., 2001, 216–243; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “Estimate of the generalized energy in a free-boundary problem for a viscous incompressible fluid”, *J. Math. Sci.* (*N. Y.*), **120**:5 (2004), 1766–1783.

[45] V. A. Solonnikov, “Lectures on evolution free boundary problems: classical solutions”, *Mathematical aspects of evolving interfaces* (Funchal, 2000), Lecture Notes in Math., **1812**, Springer-Verlag, Berlin, 2003, 123–175.

[46] В. А. Солонников, “Об устойчивости осесимметрических фигур равновесия вращающейся вязкой несжимаемой жидкости”, *Алгебра и анализ*, **16**:2 (2004), 120–153; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “On the stability of axially symmetric equilibrium figures of a rotating viscous incompressible fluid”, *St. Petersburg Math. J.*, **16**:2 (2005), 377–400.

[47] V. Solonnikov, “On problem of stability of equilibrium figures of uniformly rotating viscous incompressible liquid”, *Instability in models connected with fluid flows.* II, Int. Math. Ser. (N. Y.), **7**, Springer, New York, 2008, 189–254.

[48] V. A. Solonnikov, I. V. Denisova, “Classical well-posedness of free boundary problems in viscous incompressible fluid mechanics”, *Handbook of mathematical analysis in mechanics of viscous fluids*, Springer, Cham, 2018, 1135–1220.

[49] I. V. Denisova, V. A. Solonnikov, “Local and global solvability of free boundary problems for the compressible Navier–Stokes equations near equilibria”, *Handbook of mathematical analysis in mechanics of viscous fluids*, Springer, Cham, 2018, 1947–2035.

[50] И. В. Денисова, В. А. Солонников, *Движение капли в несжимаемой жидкости*, Лань, СПб., 2020, 296 с.; англ. пер.: I. V. Denisova, V. A. Solonnikov, *Motion of a drop in an incompressible fluid*, Adv. Math. Fluid Mech., Lect. Notes Math. Fluid Mech., Birkhäuser/Springer, Cham, 2021, vii+316 pp.

[51] В. А. Солонников, “Задача о нестационарном движении двух вязких несжимаемых жидкостей”, Проблемы матем. анализа, **34**, Тамара Рожковская, Новосибирск, 2006, 103–119; англ. пер.: V. A. Solonnikov, “On the problem of non-stationary motion of two viscous incompressible liquids”, *J. Math. Sci.* (*N. Y.*), **142**:1 (2007), 1844–1866.

[52] I. V. Denisova, V. A. Solonnikov, “Rotation problem for a two-phase drop”, *J. Math. Fluid Mech.*, **24** (2022), 40, 26 pp.

[53] V. A. Solonnikov, “L_2-theory for two viscous fluids of different types: compressible and incompressible”, *Алгебра и анализ*, **32**:1 (2020), 121–186; *St. Petersburg Math. J.*, **32**:1 (2021), 91–137.

[54] В. А. Солонников, Н. Н. Уральцева, “Пространства Соболева”, *Избранные главы анализа и высшей алгебры*, Изд-во ЛГУ, Л., 1981, 129–199.

[55] K. Pileckas, V. A. Solonnikov, “Viscous incompressible free-surface flow down an inclined perturbed plane”, *Ann. Univ. Ferrara Sez.* VII *Sci. Mat.*, **60**:1 (2014), 225–244.