

**Представление цикла работ С. Б. Тихомирова
по отслеживанию в потоках
на премию ПМО “Молодому математику”**

На премию ПМО “Молодому математику” представляется цикл работ Сергея Борисовича Тихомирова (род. в 1984, выпускник мат-мех ф-та СПбГУ 2005 г., канд. физ.-мат. наук, 2009 г.).

В этом цикле получены существенные результаты о структуре C^1 -внутренностей множеств гладких векторных полей, для которых порожаемые ими динамические системы (потоки) обладают различными свойствами отслеживания псевдотраекторий.

До работ Тихомирова аналогичная задача была достаточно детально исследована для случая дискретных динамических систем, в то время как случай потоков вообще не был рассмотрен в мировой математической литературе (первая и единственная к настоящему времени публикация на эту тему, результаты которой полностью перекрываются результатами Тихомирова, появилась лишь в 2007 г.).

Принципиальное отличие случая потоков от случая дискретных динамических систем состоит в очевидной необходимости замены времени (репараметризации) на отслеживающих траекториях; такое изменение задачи требует разработки существенно новых методов исследования (на то, что старые методы непригодны, указывает различие в получающихся в ответе классах потоков).

Множества потоков с различными свойствами отслеживания псевдотраекторий выделяются двумя “характеристиками близости”: близость между псевдотраекторией и отслеживающей ее траекторией и близость между репараметризацией и тождественным отображением.

С. Тихомиров выделил три основных класса векторных полей (чьи потоки обладают липшицевым, ориентированным и орбитальным свойством отслеживания) и практически окончательно решил вопрос о том, при каких дополнительных условиях C^1 -внутренности соответствующих классов состоят из структурно устойчивых полей.

Несомненно, наиболее интересным (и совершенно неожиданным) оказался ответ в случае векторных полей с ориентированным свойством отслеживания. Было показано, что если размерность многообразия не превосходит 3, то C^1 -внутренность множества полей с ориентированным свойством отслеживания состоит из структурно устойчивых полей. Далее,

был выделен специальный класс \mathcal{B} полей, не обладающих свойством структурной устойчивости, и было показано, что при исключении этого класса и переходе к C^1 -внутренности получается в точности множество структурно устойчивых полей. Оказалось, однако, что существуют поля класса \mathcal{B} , лежащие в C^1 -внутренности множества полей с ориентированным свойством отслеживания.

Совершенно нетривиальный пример такого поля на $S^2 \times S^2$ опубликован в нашей совместной с Тихомировым работе в *Journal of Differential Equations*, 2009. Должен отметить, что в то время как выделение класса \mathcal{B} довольно естественно вытекало из моих предшествующих результатов, существование структурно неустойчивых полей, лежащих в C^1 -внутренности множества полей с каким-либо свойством отслеживания, противоречило интуиции специалистов в данной области. Хочу подчеркнуть, что появление такого примера – заслуга С.Тихомирова.

Эти результаты уже привлекли внимание – например, во время доклада С. Тихомирова на первом совместном семинаре МИАН-ПОМИ в Москве в декабре 2007 г.

На мой взгляд, представленный цикл работ С. Тихомирова достоин премии ПМО “Молодому математику”.

Доктор физ-мат. наук, профессор

С. Ю. Пилюгин