

## Цикл работ «Точные асимптотики $L_2$ -малых уклонений для конечномерных возмущений гауссовских процессов»

Теория малых уклонений для гауссовских процессов в различных нормах активно изучается в последние десятилетия в работах как отечественных, так и зарубежных авторов. Наиболее продвинутые результаты относятся к случаю  $L_2$ -нормы, для которой распределение полностью определяется собственными числами ковариационного оператора. Поскольку, однако, эти собственные числа редко бывают известны явно, даже в гильбертовом случае чаще всего приходится ограничиваться получением логарифмической асимптотики малых уклонений.

В работах А. И. Назарова и Я. Ю. Никитина был выделен класс гриновских гауссовских процессов, для которых ковариационная функция  $G_X(s, t) \equiv \mathbb{E}X(s)X(t)$  есть функция Грина обыкновенного дифференциального оператора. Это позволяет задействовать мощные методы спектральной теории ОДО и получить точную асимптотику малых уклонений для широкого класса гриновских процессов.

В цикле работ Ю.П. Петровой рассматривается следующий по сложности класс процессов, являющихся конечномерными возмущениями гриновских или, более общо, процессов с известной точной асимптотикой малых уклонений в  $L_2$ . Некоторые общие теоремы в случае одномерного возмущения были получены в работе А. И. Назарова. Ю. П. Петрова обобщила эти теоремы на произвольные конечномерные возмущения соответствующего класса, при этом были выделены случаи некритических, критических и частично критических возмущений. Краткое изложение этих результатов опубликовано в [4], полная версия с доказательствами — в [5].

Тем не менее полученные общие теоремы не покрывают значительную часть процессов, представляющих интерес в теории вероятностей и математической статистике. В частности эти теоремы не применимы к многим процессам Дурбина — предельным процессам в задаче о построении критериев согласия типа омега-квадрат для проверки выборки на принадлежность семейству распределений в случае, когда параметры семейства оцениваются по выборке. В этом случае общих результатов, по-видимому, быть не может, и каждый процесс приходится изучать индивидуально.

В совместной с А. И. Назаровым работе [1] была посчитана асимптотика  $L_2$ -малых уклонений для процессов Каца–Кифера–Вольфовица, соответствующих проверке на нормальность в случае, когда математическое ожидание и/или дисперсия оцениваются по выборке. Ключевым моментом в статье является разработанная техника получения асимптотик некоторых интегралов от функций, быстро осциллирующих по спектральному параметру и имеющих медленно меняющуюся амплитуду. Благодаря ей построен алгоритм вычисления точных асимптотик спектров ковариационных операторов и вероятностей  $L_2$ -малых уклонений для целого подкласса процессов Дурбина, соответствующих распределениям с экспоненциальными “хвостами”. В качестве примеров в работе [2] рассмотрены процессы Дурбина для логистического, гамма распределения, распределений Лапласа и Гумбеля.

В работе [3] изучается двухпараметрическое семейство задач, возникающих при изучении асимптотики  $L_2$ -малых уклонений так называемых процессов с исключенным трендом порядка  $n$  (detrended processes). В частных случаях такие асимптотики изучались в работах Я. Ю. Никитина с соавторами, П. Деовельса, Венбо Ли с соавторами и др. В работе [3] задача впервые рассмотрена в полной общности. Установлена связь этой задачи с задачей о точных константах в теоремах вложения высокого порядка на отрезке. Более того, исправлены ошибки в некоторых ранее опубликованных работах других авторов.

## Список литературы

- [1] А. И. Назаров, Ю. П. Петрова, “Асимптотика малых уклонений в гильбертовой норме для процессов Каца–Кифера–Вольфовица,” *Теория вероятностей и ее приложения*, Т. 60, № 3, С. 482–505, 2015.
- [2] Ю. П. Петрова, “Точная асимптотика  $L_2$ -малых уклонений для некоторых процессов Дурбина”, *Записки научных семинаров ПОМИ*, Т. 466, С. 211–233, 2017.
- [3] Ю. П. Петрова, “Спектральные асимптотики для задач с интегральными ограничениями”, *Математические заметки*, Т. 102, № 3, С. 405–414, 2017.
- [4] Ю. П. Петрова, “О спектральных асимптотиках одного семейства конечномерных возмущений операторов со следом”, *Доклады Академии Наук*, Т. 481, № 5, С. 481–483, 2018.
- [5] Yu. P. Petrova, “ $L_2$ -small ball asymptotics for a family of finite-dimensional perturbations of Gaussian functions”, *arXiv:1905.07804*.