2004 г. март — апрель *т. 59, вып. 2(356)*

УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

В САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБЩЕСТВЕ

Заседания Общества

Заседание 11 июля 2002 г. Совместное заседание Общества и Общего семинара ПОМИ, посвященное 70-летию М.З.Соломяка (институт Вейцмана, Израиль).

М. З. Соломяк. *О спектральных свойствах лапласиана на метрических графах.*

Заседание 24 сентября 2002 г. Г. ван Дейк (Лейден). *Обобщенные пары Гельфанда* (обзор).

Группа $G = SL(2,\mathbb{R})$ действует на верхней комплексной полуплоскости дробно-линейными преобразованиями, причем пространство L^2 разлагается (без кратности) в прямой интеграл неприводимых представлений. Это свойство было изучено и обобщено Гельфандом и другими на пары (G,K), где G – группа Ли, а K – компактная подгруппа. Аналогом верхней полуплоскости служит пространство G/K. Пары (G,K), для которых $L^2(G/K)$ разлагается без кратности, называются парами Гельфанда. Наиболее известные примеры получаются, если G – полупростая группа Ли, а K – максимальная компактная подгруппа. Обсуждено обобщение понятия пары Гельфанда на ситуацию, когда K – замкнутая, не обязательно компактная подгруппа G, и приведен ряд примеров.

Заседание 8 октября 2002 г. *Встреча с представителем издательства "Мир" Г.М. Цукерман.* Обсуждение плана издания математической литературы.

Заседание 15 октября 2002 г. Д. Сирсма (Нидерланды). *Полиномиальные функции и их поведение на бесконечности.*

По работе, выполненной совместно с М. Тибаром.

29 октября 2002 г. Совместное заседание Общества и Секции математики Дома Ученых.

К 200-летию со дня рождения выдающегося норвежского математика Нильса Хенрика Абеля.

Н. С. Ермолаева. *Жизнь и творчество Абеля.*

А. В. Яковлев. *Теорема Абеля об алгебраических уравнениях.*

В. А. Малышев (Рыбинск). *Интегралы с квадратическими иррациональностями.*

М. А. Семенов-Тян-Шанский. *Абелевы многообразия и интегрируемые задачи.*

К. В. Мануйлов. *Теорема Абеля об аддитивных свойствах абелевых интегралов и функций.*

5 ноября 2002 г. Совместное заседание Общества и Секции математики Дома Ученых.

С. К. Ландо (Москва). *Инварианты узлов и инварианты графов.*

Есть два принципиально различных способа сопоставить узлу в трехмерном пространстве граф. Первый из них состоит в том, чтобы рассмотреть проекцию узла на плоскость вдоль общего направления. В результате мы получаем регулярный граф на плоскости, все вершины которого имеют валентность 4, причем в каждой вершине выделены "проходная" и "переходная"

Предыдущий отчет о работе Санкт-Петербургского математического общества см. в УМН, т. 57, вып. 4.

пары противолежащих ребер. Второй подход принадлежит Васильеву и ассоциирует регулярный граф специального вида (хордовую диаграмму) с "особым" узлом, имеющим простые самопересечения. Хордовую диаграмму можно сопоставить и плоской проекции узла. Инварианты хордовых диаграмм, которые приводят к инвариантам узлов, должны удовлетворять определенным ограничениям. Эти ограничения эффективно переносятся на "графы пересечений" хордовых диаграмм, которые, по сути, произвольны. Пространство, натянутое на произвольные графы, наделено естественной структурой алгебры Хопфа, а накладываемые ограничения уважают эту структуру, что позволяет ввести на интересующем нас факторпространстве структуру факторалгебры Хопфа. В докладе рассказано о некоторых – весьма нетривиальных и далеких от ясного понимания – соотношениях между упомянутыми понятиями, приведено большое количество примеров инвариантов графов, порождающих инварианты узлов, а также высказаны некоторые гипотезы.

Заседание 18 февраля 2003 г. С. Ю. Пилюгин. *Орбитальное отслеживание.*

Пусть f – гомеоморфизм метрического пространства (X,dist). Фиксируем положительное число d. Последовательность $y=y_k$ называется *d-псевдотраекторией* гомеоморфизма f, если выполнены неравенства $\mathrm{dist}(f(y_k),y_{k+1})<d$. Гомеоморфизм f обладает стандартным свойством отслеживания, если по любому $\varepsilon>0$ можно указать такое $d>0$, что для любой d-псевдотраектории y найдется точка x, удовлетворяющая неравенствам $\mathrm{dist}(f^k(x),y_k)<\varepsilon$. В докладе рассказано о введенных недавно орбитальных свойствах отслеживания, в которых вместо выполнения этих неравенств требуется выполнение либо включений $y\subset N(\varepsilon,O(x,f))$ или $O(x,f)\subset N(\varepsilon,y)$, либо неравенства $\mathrm{dist}_H(\mathrm{clos}(y),\mathrm{clos}(O(x,f)))<\varepsilon$, где $N(a,A)$ – a-окрестность множества A, $O(x,f)$ – траектория точки x в динамической системе, порождаемой гомеоморфизмом f, а dist_H – метрика Хаусдорфа. Рассказано также о некоторых (иногда весьма неожиданных) связях введенных свойств с глобальной качественной теорией динамических систем.

25 марта 2003 г. Совместное заседание Общества и Общего семинара ПОМИ.

Э. А. Гирш. *Полуалгебраические доказательства.*

Сложность доказательств для логики высказываний – активно развивающаяся область математики. Наличие доказательств, ограниченных по длине полиномом от размера доказываемого утверждения, означало бы равенство сложностных классов NP и coNP. Известны же лишь нижние (и верхние) оценки сложности доказательств для конкретных систем доказательств (и конкретных тавтологий, соответственно).

Первая часть доклада представляла собой введение в эту область и обзор известных систем доказательств и результатов о них.

Вторая часть доклада была посвящена результатам докладчика (совместным с Д. Ю. Григорьевым и Д. В. Пасечником), касающимся полуалгебраических (т.е. использующих рассуждения о полиномиальных неравенствах) доказательств. Например, вот доказательство принципа Дирихле:

$$\sum_{k=1}^{m}\biggl(\sum_{l=1}^{m-1}x_{kl}-1\biggr)+\sum_{l=1}^{m-1}\biggl(\sum_{k=1}^{m}\biggl(\sum_{k\neq k'=1}^{m}(1-x_{kl}-x_{k'l})x_{kl}+(x_{kl}^2-x_{kl})(m-2)\biggr)+\biggl(\sum_{k=1}^{m}x_{kl}-1\biggr)^2\biggr)=-1.$$

(В докладе было сказано, почему.) Доказательства же этого принципа во многих других системах имеют экспоненциальную (от количества кроликов m) длину.

8 апреля 2003 г. Совместное заседание Общества и Секции математики Дома Ученых.

Актуальные проблемы школьного математического образования.

М. И. Башмаков. Проект национального стандарта школьного математического образования.

А. Л. Семенов (МИПКРО). Стандарты по математике и информатике в общем контексте российского школьного образования.

В. А. Рыжик. Цели школьного математического образования.

М. Я. Пратусевич. О содержании профильного образования.

Дискуссия.

Как и на предыдущем заседании 23 апреля 2002 г. на ту же тему (см. УМН, т. 57, вып. 4, а также "Известия" за 31.05.2002), заседание приняло следующую резолюцию.

О модернизации школьного математического образования.

Санкт-Петербургское математическое общество видит необходимость совершенствования школьного математического образования, призывает членов общества активно участвовать в обсуждении путей его улучшения, готово внести свой вклад в решение проблем, возникающих в ходе модернизации всей системы образования. Общество разделяет обеспокоенность математической общественности Санкт-Петербурга происходящими изменениями в постановке школьного математического образования и озабочено необходимостью сохранения традиций высокого уровня математического образования, его роли и места в общем образовании, доступности для представителей всех слоев общества.

Общество принимает следующее решение.

1. Одобрить деятельность школьной комиссии по ряду важных направлений работы в школе – участие в подготовке стандарта школьного математического образования, проведение массовой игры-конкурса "Кенгуру" (577 тысяч участников в марте 2003 года), поддержка в создании членами общества школьных учебников, методическая работа с учителями.

2. Отметить снижение внимания к работе физико-математических школ города, утрату ряда завоеванных позиций (в частности, отмену традиционной формы выпускного экзамена, ослабление связей с математико-механическим факультетом Университета).

3. Поручить школьной комиссии направить в Министерство образования от имени Санкт-Петербургского математического общества письмо, в котором выразить

- *обеспокоенность математической общественности Санкт-Петербурга происходящими изменениями в постановке школьного математического образования;*
- *необходимость сохранения традиций высокого уровня математического образования, его роли и места в общем образовании, его доступности для представителей всех слоев общества;*
- *недопустимость принятия важных решений (утверждение стандарта образования, введение ЕГЭ, ограничение числа выпускаемых учебников, структура обучения в старшей школе) без предварительного и своевременного обсуждения математической и педагогической общественностью;*
- *готовность членов общества внести конструктивный вклад в решение проблем модернизации образования.*

4. Ходатайствовать перед Министерством образования о создании в Санкт-Петербурге регионального экспертного совета по математике.

Президент Санкт-Петербургского математического общества проф. А. М. Вершик

Председатель школьной комиссии общества академик РАО М. И. Башмаков

Заседание 15 апреля 2003 г. Лоран Лафорг (IHES, Франция, лауреат Филдсовской премии 2002 г.). *Покрытия многогранников, склеивание клеток Шуберта и компактификация конфигурационных пространств.*

Доклад представляет собой лекцию по проективной геометрии. При изучении компактификаций введенных Дринфельдом пространств модулей "штук" с уровневой структурой или (по Фалтингсу) локальных модулей многообразий Шимуры возникает задача о том, как компактифицировать факторы $PGL(r) \times \dots \times PGL(r)/PGL(r)$ эквивариантным образом. Предлагается общий метод такой компактификации. Он также применим в случае конфигурационных пространств матроидов. Все получающиеся таким образом компактифицированные схемы снабжены структурным морфизмом (который является гладким в случаях, когда факторов не более трех или когда ранг равен двум, но не в общем случае) над "торическим пучком", точки которого являются покрытиями некоторого целочисленного многогранника. Имеется индуцированная стратификация, слои которой могут быть описаны в терминах склеивания тонких клеток Шуберта.

Все компактифицированные схемы имеют по крайней мере две модулярные интерпретации:

– как классификация эквивариантных векторных расслоений на некоторых торических многообразиях;
– как классификация определенных проективных рациональных многообразий с логарифмическими особенностями (которые обобщают "минимальные модели проективных пространств", введенные Фалтингсом).

Заседание 27 мая 2003 г. В. А. Тиморин (Москва). *Алгебра, построенная по многочлену объема простого многогранника.*

По всякому многочлену можно построить алгебру, профакторизовав алгебру дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами по идеалу, аннулирующему данный многочлен. В докладе сделан обзор методов и результатов элементарной теории простых многогранников, связанных с алгеброй, построенной по многочлену объема. Определение этой алгебры принадлежит Пухликову и Хованскому. Алгебра моделирует кольцо когомологий гладкого проективного торического многообразия. Многие теоремы алгебраической геометрии (включая теорему Римана–Роха, сильную теорему Лефшеца, билинейные соотношения Ходжа–Римана) имеют аналоги в элементарной геометрии простых многогранников и наиболее естественно формулируются в терминах многочлена объема.

Заседание 24 июня 2003 г. Я. М. Элиашберг (Станфордский университет, США). *Введение в симплектическую топологию: от теоремы Ролля до гомологий Флоера.*

Возникшая около 20 лет назад симплектическая топология оказалась сегодня связанной со многими областями математики и теоретической физики: от гамильтоновой динамики, топологии трех- и четырехмерных многообразий, алгебраической геометрии до теории интегрируемых систем и теории струн.

В докладе были обсуждены основные идеи симплектической топологии и некоторые ее приложения.

Заседание 9 сентября 2003 г. И. Б. Фесенко (Ноттингем). *Некоммутативная геометрия, нестандартная математика и теория эллиптических кривых с "вещественным умножением".*

В последние годы появился ряд работ, в которых техника так называемой некоммутативной геометрии применяется к изучению (коммутативных) теоретико-числовых структур: например, работа А. Конна по дзета-функции Римана, работы Ю. И. Манина и М. Марколли по аракеловской геометрии, модулярным символам и модулярным формам, работа Манина по гипотетической теории "вещественного умножения" как некоммутативной версии классической теории эллиптических кривых с комплексным умножением.

В докладе были объяснены некоторые из соответствующих структур и основных идей, а затем предложен новый, более универсальный, подход, который работает не только на уровне алгебраических структур, но и на уровне целостных арифметических структур.

Этот подход основывается на принципе гипердискретизации из нестандартной математики и его многочисленных приложениях. В ряде случаев теневой образ гиперкоммутативной конструкции должен быть тесно связан с некоммутативным описанием посредством обобщения известного в теории струн отображения Зайберга–Виттена.

Заседание 7 октября 2003 г. В. А. Васильев (Москва). *Когомологии пространства узлов и их комбинаторные формулы.*

Теория инвариантов узлов является лишь частью более естественной задачи вычисления кольца когомологий пространства узлов в $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$. Любой такой класс когомологий (например, инвариант) можно задать индексом пересечения с подходящим классом относительных гомологий в пространстве узлов. Комбинаторной формулой для него называют простой полуалгебраический цикл, реализующий этот класс гомологий. Наиболее известный пример комбинаторных формул для инвариантов – это диаграммы Поляка–Виро.

В докладе рассказано о вычислении старших классов когомологий и описан эффективный (т.е. не требующий моделирования непрерывных процессов, деформаций пространственных объектов, ray-tracing и пр.) комбинаторный алгоритм для нахождения комбинаторных формул (в том числе и для инвариантов). Этот алгоритм основан на аналогии теории узлов с комбинаторной теорией наборов аффинных плоскостей и часто является простейшим или единственным доказательством существования класса когомологий.

Заседание 21 октября 2003 г. Г. Ю. Панина. *Гиперболические виртуальные многогранники и гипотеза единственности в теории выпуклых поверхностей.*

Рассказаны и обсуждены контрпримеры к старой гипотезе: если радиусы главной кривизны поверхности гладкого трехмерного тела K всюду разделены постоянной C, то K есть шар радиуса C.

Доклад основан на работах А. В. Погорелова, И. Мартинеса-Мора и докладчика.

25 ноября 2003 г. Совместное заседание Общества и Секции математики Дома Ученых. *А. Н. Колмогоров, Дж. фон Нейман – математические гении* XX *века. К столетию выдающихся ученых.*

С докладами выступили: В. М. Тихомиров (Москва), А. М. Вершик. Были заслушаны выступления М. А. Семенова-Тян-Шанского, В. Сергеева (Москва), М. А. Краснопёровой.

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН,
Международный математический институт им. Эйлера
при участии Санкт-Петербургского математического общества.

Конференция памяти Л. В. Канторовича (1912–1986)

“Математика и Экономика: Старые проблемы и новые подходы”

8–13 января 2004 г.

Пленарные заседания.

В. Л. Макаров (Москва). *Оптимизация по Канторовичу и исчисление институтов.*

В. М. Полтерович (Москва). *Инновации, имитация и экономическое развитие.*

Б. Т. Поляк (Москва). *Метод Ньютона–Канторовича и его глобальная сходимость.*

Г. Ю. Трофимов (Москва). *Л. В. Канторович и теория экономического роста.*

Л. Клейн (Филадельфия). *Оценки продуктивности информационных технологий с точки зрения затрат – выпуска за последние три десятилетия на примере США.*

К. Шмидт (Париж). *Линейное программирование, теория игр: исторический обзор и прогнозы на будущее.*

М. Демпстер (Кембридж, Великобритания). *Стохастическая динамическая оптимизация.*

Дж. Гумерман (Санта Фе, США). *Адаптация и интенсификация сельского хозяйства доисторического американского юго-запада.*

Секция “Проблема Монжа–Канторовича”.

А. М. Вершик (С.-Петербург). *К истории метрики Канторовича и ее приложений в динамических системах.*

В. Гангбо (Атланта). *Приложения проблемы Монжа–Канторовича к кинетической теории.*

А. Шнирельман (Великобритания). *Проблема Монжа–Канторовича и гидродинамика.*

В. Л. Левин (Москва). *Проблема Монжа–Канторовича: точные решения и приложения к теории принятия решений.*

А. Н. Соболевский (Москва). *Оптимальные методы перемещения масс в космологии.*

И. Ярошевска (Краков). *Стабильность мер и решений дифференциальных уравнений и принцип максимума Канторовича–Рубинштейна.*

Секция “Физическая экономика”.

В. М. Сергеев (Москва). *Термодинамический подход к рыночному равновесию, рациональность, права собственности.*

Д. Смит (Санта Фе, США). *Классическая термодинамика и экономическая теория общего равновесия.*

Д. Лейтес (Стокгольм). *Параметры стабильности неголономных систем* (*от супергравитации до рыночной экономики*).

А. С. Кузьмин (Москва). *Классификация инвестиционных механизмов и математическое моделирование инвестиционных рынков.*

Р. Г. Хлебопрос (Красноярск). *Почему люди любят и ненавидят капитализм, и почему социализм невозможно уничтожить.*

Секция "Математико-экономические модели".

В. А. Васильев (Новосибирск). *О некоторых K-пространствах бесконечных кооперативных игр.*

В. И. Аркин (Москва). *Инвестирование в условиях неопределенности, налогообложение и проблема оптимальной остановки.*

В. И. Данилов (Москва). *Дискретная выпуклость на целочисленной решетке.*

А. А. Шананин (Москва). *Проблема интегрируемости в теории рационального поведения.*

В. Д. Матвеенко (С.-Петербург). *Теория экономической динамики российской экономики.*

В. М. Маракулин (Новосибирск). *Анализ равновесия в пространствах Канторовича.*

Э. А. Мухачева (Уфа). *Л.В. Канторович и задачи раскроя–упаковки*: 50 *лет становления и развития.*

С. Л. Печерский (С.-Петербург). *Некоторые приложения теории суперлинейных многозначных отображений к теории игр.*

С. М. Меньшиков (Амстердам). *Модель Канторовича – актуальность в наши дни.*

Секция "Функциональный анализ".

Г. Л. Литвинов (Москва). *Деквантизация и идемпотентный функциональный анализ.*

А. Иоффе (Хайфа). *О теореме Хана–Банаха–Канторовича.*

А. А. Флоринский (С.-Петербург). *О значениях векторнозначных мер.*

С. С. Кутателадзе (Новосибирск). *Путь и пространство Канторовича.*

Мемориальное заседание, посвященное Л. В. Канторовичу.

С. П. Новиков, Л. Д. Фаддеев, Э. Б. Ершов, А. М. Вершик, Н. А. Шанин и др.

24 февраля 2004 г. *Заседание, посвященное памяти профессора Г. И. Натансона* (1930–2003).

С воспоминаниями выступили: В. М. Бабич, В. С. Виденский, О. Л. Виноградов, И. К. Даугавет, В. В. Жук, Б. М. Макаров, Я. Г. Натансон, И. В. Недзвецкая, В. П. Одинец, А. Н. Подкорытов, М. А. Скопина, В. Л. Файншмидт, В. П. Хавин.

16 марта 2004 г. *Заседание, посвященное памяти академика О. А. Ладыженской* (1922–2004).

С воспоминаниями выступили: Н. Н. Уральцева, М. С. Бирман, Н. М. Ивочкина, Г. А. Серегин, А. Л. Скубачевский (Москва), А. В. Фурсиков (Москва), Э. А. Тропп, А. М. Вершик. Был показан видеофильм об О. А. Ладыженской.

Математический лекторий для студентов

5 ноября 2002 г. С. К. Ландо (Москва). *Что такое тангенс.*

28 ноября 2002 г. М. А. Лифшиц. *"Звездная пыль" и вероятность.*

19 сентября 2003 г. Ю. В. Матиясевич. *Десятая проблема Гильберта: что можно и что нельзя делать с диофантовыми уравнениями.*

25 марта 2004 г. С. К. Годунов (Новосибирск). *О гарантированной точности в спектральных задачах.*

Премия "Молодому математику"

Премии "Молодому математику" удостоены:

За 2002 год – А. Г. Эршлер за работу "Асимптотики характеристик случайных блужданий на разрешимых группах".

За 2003 год – А. Н. Зиновьев за работу "Обобщенные явные формулы Артина–Хассе и Ивасавы".