2005 г. март — апрель *т. 60, вып. 2(362)*

УСПЕХИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

В САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБЩЕСТВЕ

Заседания Общества

Заседание 30 марта 2004 г. Н. А. Шанин. *Вариант математического анализа, не использующий понятие числового континуума.*

Понятия "натуральное число", "рациональное число", "алгебраическое число" таковы, что объекты, называемые этими терминами, обладают "индивидуальными заданиями" в виде слов в подходящих алфавитах.

Иначе обстоит дело с понятием "вещественное число". В теоретико-множественной математике это понятие не связывается с какими-либо "заданиями" подразумеваемых объектов посредством знакосочетаний. Его определение апеллирует (как и вся канторова теория бесконечных множеств в целом) к некоторым "далеко идущим" идеализациям результатов экспериментального познания природы и с этой точки зрения представляется "туманным".

В математических текстах встречаются разнообразные примеры "индивидуально заданных" иррациональных чисел – в частности, заданных в виде алгорифмов последовательного построения рациональных чисел, дополненных алгорифмически заданными регуляторами сходимости в себе таких последовательностей. Примеры этого рода "подсказали" используемое в конструктивной математике понятие "конструктивное вещественное число". Однако попытки достаточно отчетливого разъяснения "содержательного смысла" формального определения этого понятия наталкиваются на препятствия принципиального характера. Приходится признать это понятие, а также понятие конструктивной функции на конструктивном континууме "размытыми".

Несмотря на эти "размытости", предоставляемые математическим анализом (даже в его традиционном варианте) приложениям математики разнообразные теоретические модели часто оказываются "работоспособными", в частности, в задачах, требующих доведения процесса решения "до конкретного числа". Это означает, что в процессах применения таких математических моделей фигурируют процедуры "освобождения от бесконечностей".

Прослеживая "технологии" процедур этого рода, можно увидеть возможность такого варьирования базисных представлений теории функциональных пространств, в результате которого в широком классе случаев принципиального характера окажется ненужным использование общего понятия вещественного (конструктивного вещественного) числа.

"Варьированная" система понятий и представлений укладывается в рамки намеченной Л. Кронекером и более отчетливо очерченной Д. Гильбертом финитарной установки.

В докладе были детализированы сформулированные выше тезисы.

Предыдущий отчет о работе Санкт-Петербургского математического общества см. в УМН, 2004, т. 59, № 2, с. 199–204.

Заседание 20 апреля 2004 г. А. Д. Брюно (Москва). *Новое обобщение цепной дроби.*

Алгоритм разложения числа в обычную цепную дробь обладает многими замечательными свойствами. В том числе:

1. Он прост.

2. Он дает наилучшие рациональные приближения к числу.

3. Он периодичен для квадратичных иррациональностей.

В XVIII, XIX и XX веках были сделаны многочисленные попытки обобщить этот алгоритм на векторы (Эйлер, Эрмит, Якоби, Дирихле, Пуанкаре, Гурвиц, Брун, Минковский, Клейн, Вороной, Перрон, Скубенко, Арнольд и др.). Но пока так и не найден алгоритм, обладающий свойствами 1 и 2 и свойством

$3'$. Периодичность для кубических иррациональностей.

Только алгоритм Вороного обладает свойствами 2 и $3'$, но он довольно громоздок. Многогранники Клейна–Скубенко–Арнольда, хотя и дают геометрическую интерпретацию наилучших приближений, но не дают основы для хорошего алгоритма, что было выяснено в работах докладчика и В. И. Парусникова. Алгоритмические и геометрические концепции, заложенные в указанные обобщения, видимо, недостаточно отражали фундаментальные свойства цепной дроби.

В докладе предложена новая двумерная концепция цепной дроби, которая затем обобщается на трехмерную ситуацию и позволяет построить алгоритм, обладающий свойствами 1, 2 и $3'$. Рассмотрены примеры с подробными вычислениями по новому алгоритму.

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН, Международный математический институт им. Л. Эйлера, при участии Санкт-Петербургского математического общества 8–13 июня 2004 г.

Международная конференция “Теория представлений, динамические системы и асимптотическая комбинаторика”, посвященная 70-летию со дня рождения А. М. Вершика

С докладами выступили М. Божейко (Вроцлав), Д. Бураго (США), Б. Вайс (Иерусалим), О. Я. Виро (Упсала), Д. Ю. Волков (С.-Петербург). Ф. Гёце (Билефельд), И. Гиварш (Рен), М. И. Гордин (С.-Петербург), М. И. Граев (Москва), Э. Джозеф (Реховот), А. Зелевинский (Бостон), И. Итенберг (Страсбург), В. Кайманович (Рен), И. Кантор (Лунд), Я. Квятковский (Торунь), А. А. Кириллов (Филадельфия), Г. Кун (Милан), М. Леманчик (Торунь), Г. Л. Литвинов (Москва), А. Мельников (Хайфа), Н. Е. Мнев (С.-Петербург), Ю. А. Неретин (Москва), Н. И. Нессонов (Харьков), С. П. Новиков (США), А. Окуньков (Принстон), Г. И. Ольшанский (Москва), Ф. В. Петров (С.-Петербург), Л. В. Прохоров (С.-Петербург), А. Регев (Реховот), Ж. Рено (Орлеан), К. Скау (Трондхейм), О. Г. Смолянов (Москва), А. Н. Тихомиров (Сыктывкар), Ж.-П. Тувено (Париж), А. В. Угланов (Ярославль), В. А. Устименко (Киев), Х. Ферстенберг (Иерусалим), С. Фомин (США), Г. Фрейман (Тель-Авив), А. Хованский (Торонто), К. Шмидт (Вена), Г. Б. Шпиз (Москва), М. Эмери (Страсбург), С. Юзвинский (США), Ю. В. Якубович (С.-Петербург).

Заседание 14 сентября 2004 г. Лауреат премии Общества за 2002 г. А. Г. Эршлер (Лилль, Франция). *Граница Пуассона случайных блужданий на группах.*

В докладе было дано описание границы Пуассона для класса групп, действующих на корневых деревьях. Построены первые примеры групп субэкспоненциального роста, допускающих случайное блуждание с нетривиальной границей. В качестве применения этих результатов найдены новые, близкие к точным оценки роста в некоторых субэкспоненциальных группах.

Заседание 19 октября 2004 г. Лауреат премии Общества за 2003 г. А. Н. Зиновьев. *Явные законы взаимности в локальной теории полей классов.*

Тема доклада восходит к классическим работам Э. Артина и Г. Хассе, в которых они впервые поставили задачу явного вычисления символа Гильберта. Ими были получены изящные явные законы взаимности в нескольких важных частных случаях для кругового локального поля. Эти работы послужили отправной точкой для целого ряда исследований в этой области. В результате сложилось два относительно независимых подхода к вычислению спаривания Гильберта в явном виде, которые приводят к явным формулам типа Артина–Хассе и формулам куммерова типа. В докладе был представлен обзор классических явных законов взаимности, принадлежащих к двум типам явных формул, и рассмотрены явные законы взаимности в высшей локальной теории полей классов. После краткого обзора многомерных локальных полей и топологических K-групп Милнора были представлены результаты автора. Для кругового расширения абсолютно неразветвленного стандартного многомерного полного поля из ранее доказанной формулы Востокова, принадлежащей к куммерову типу, были выведены обобщенные формулы Артина–Хассе и Ивасавы.

Заседание 9 ноября 2004 г. А. В. Зорич (Рен, Франция). *Иррациональные обмотки плоских поверхностей, тейхмюллеров геодезический поток и "машина времени".*

Считается, что из всех компактных поверхностей только тор может быть плоским. На самом деле плоская метрика может быть задана на поверхности любого рода, достаточно лишь спрятать лишнюю кривизну в несколько точек с коническими особенностями. Многие динамические системы в размерности 1 и 2 (перекладывания отрезков, биллиарды в многоугольниках, измеримые слоения) эквивалентны прямолинейным потокам на таких плоских поверхностях.

Плоская структура может быть задана голоморфной 1-формой на римановой поверхности; семейства плоских структур отвечают пространствам модулей голоморфных 1-форм. На пространстве плоских поверхностей действует группа $\mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$. Оказывается, для того чтобы описать динамику прямолинейного потока на индивидуальной плоской поверхности, достаточно найти орбиту соответствующей поверхности под действием группы $\mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$.

В первой части доклада речь шла о недавних результатах, полученных в этой области, и об открытых проблемах. Во второй части было рассказано о ренормализации для перекладывания отрезков и о том, как с помощью тейхмюллерова геодезического потока построить машину времени. В простейшем частном случае, когда плоская поверхность – обычный плоский тор, роль ренормализации играет алгоритм Евклида, машина времени превращается в разложение числа вращения иррационального потока в цепную дробь, а тейхмюллеров геодезический поток становится геодезическим потоком на верхней полуплоскости в модели Пуанкаре геометрии Лобачевского.

Заседание 30 ноября 2004 г. Совместное заседание Общества и Секции математики Дома ученых.

А. М. Вершик. *Универсальность и случайность в геометрии, комбинаторике и анализе.*

Хорошо известный в комбинаторике и логике факт состоит в том, что существует единственный универсальный граф и что при естественном определении понятия случайности случайный граф с вероятностью единица является тем самым универсальным. Менее известно, что еще в 1924 году П. С. Урысон определил универсальное польское пространство, единственное с точностью до изометрии.

В последние годы докладчик исследовал это понятие, определил понятие случайного пространства и доказал факт, аналогичный упомянутому выше. Оказалось также, что в определенном смысле свойство универсальности типично: пополнение натурального ряда по типичной метрике есть пространство Урысона. Свойства универсального метрического пространства и особенно группы его изометрии связаны с интереснейшими проблемами из разных областей математики.

Заседание 7 декабря 2004 г. Совместное заседание Общества и Секции математики Дома ученых. *Ценности школьного математического образования и оценка его результатов.*

С сообщениями выступили М. И. Башмаков, О. Я. Виро, А. И. Плоткин, В. И. Рыжик и др.

Заседание 14 декабря 2004 г. А. М. Бородин (Caltech and Clay Mathematics Institute, USA). *Дискретные уравнения Пенлеве в теории вероятностей.*

Важные одномерные функции распределения в разнообразных дискретных вероятностных моделях (такие как распределение длины наибольшей возрастающей последовательности случайных подстановок или время проницаемости в направленной перколяции) удовлетворяют рекуррентным соотношениям, известным как дискретные уравнения Пенлеве. Эти уравнения впервые были получены в работах по алгебраической геометрии об изоморфизмах проективной плоскости, раздутой в девяти точках. Связь между вероятностью и геометрией устанавливается с помощью теории изомонодромных преобразований линейных разностных уравнений.

Заседание 18 января 2005 г. *Распорядительное заседание Общества.*

С отчетами выступили президент общества А. М. Вершик, редактор "Трудов СПбМО" Н. Н. Уральцева, ученый секретарь А. А. Лодкин и председатель ревизионной комиссии А. И. Назаров.

На заседании был принят ряд предложений по дальнейшей работе Общества.

С отчетом президента и материалами заседания можно ознакомиться на интернет-сайте Общества `http://www.mathsoc.spb.ru/`.

В результате проведенных выборов были избраны:

Президент СПбМО: А. М. Вершик.

Вице-президенты: Ю. В. Матиясевич, С. Ю. Пилюгин, Н. Н. Уральцева.

Правление: В. М. Бабич, М. Ш. Бирман, В. С. Буслаев, О. Я. Виро, С. В. Востоков, Э. А. Гирш, М. И. Гордин, С. В. Дужин, И. А. Ибрагимов, С. В. Кисляков, Г. А. Леонов, М. А. Лифшиц, А. И. Назаров, Л. Д. Фаддеев, В. П. Хавин, Н. А. Широков, А. В. Яковлев.

Ученый секретарь: А. А. Лодкин.

Казначей: Б. Б. Лурье.

Ревизионная комиссия: А. Ю. Зайцев, И. Г. Зельвенский, М. В. Перель.

Редколлегия "Трудов СПбМО": Н. Н. Уральцева (отв. редактор), И. А. Ибрагимов (зам. отв. редактора), Б. А. Пламеневский (зам. отв. редактора), А. И. Кароль (отв. секретарь), В. И. Васюнин, А. М. Вершик, С. В. Востоков, Г. А. Леонов, И. В. Романовский, Т. А. Суслина.

Программная комиссия: А. М. Вершик, Ю. В. Матиясевич, С. В. Буяло, С. В. Дужин, М. И. Гордин, П. П. Кулиш, Н. Ю. Нецветаев, Н. К. Никольский, И. А. Панин.

Школьная комиссия: М. И. Башмаков, О. А. Иванов, С. В. Иванов, К. П. Кохась, Б. Б. Лурье, С. Е. Рукшин, В. А. Рыжик.

Студенческая комиссия: А. И. Генералов, Э. А. Гирш, М. А. Лифшиц, А. И. Назаров, С. Ю. Пилюгин, Н. Д. Филонов.

Электронные средства: А. А. Лодкин, С. М. Машарский, Н. В. Цилевич.

Библиотечная комиссия: Н. Е. Мнев, А. В. Малютин, Ф. Л. Назаров, А. Н. Подкорытов.

Комиссия по истории математики: В. М. Бабич, Л. И. Брылевская, В. С. Виденский, Н. С. Ермолаева, М. А. Семенов-Тян-Шанский.

Почетным членом Общества избран Н. А. Шанин.

Премия "Молодому математику"

Премии "Молодому математику" за 2004 год удостоены:

А. Д. Баранов за работу "Неравенства типа Бернштейна для модельных пространств и их приложения";

Д. С. Челкак за работы по обратной задаче для возмущенного гармонического осциллятора.